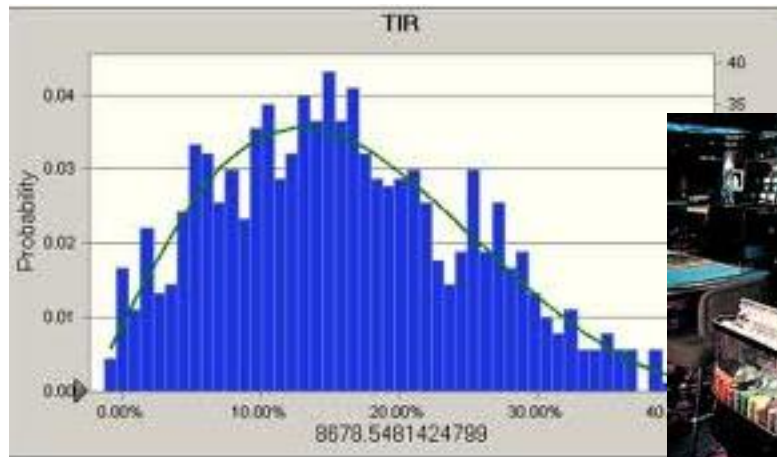




SIMULACIÓN DE MONTE CARLO

Fernando Acebes

fernando.acebes@uva.es

Dpto. de Organización de Empresas y C.I.M

Simulación de Monte Carlo

Se entiende por **Simulación** al proceso de diseñar y desarrollar un modelo automatizado de un sistema o proceso para conducir experimentos con este modelo, con la intención de comprender el comportamiento del sistema o valorar posibles estrategias con las que podamos manipular el sistema.

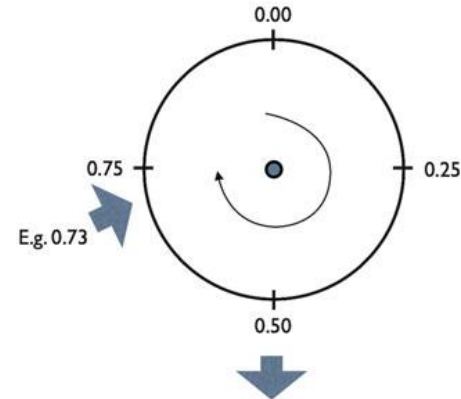
La **simulación de Monte Carlo** es una técnica cuantitativa que hace uso de la estadística y la informática para analizar el comportamiento aleatorio de sistemas reales, mediante modelos matemáticos, en la que las variables inciertas del modelo se representan por funciones de distribución de probabilidad.

Simulación de Monte Carlo

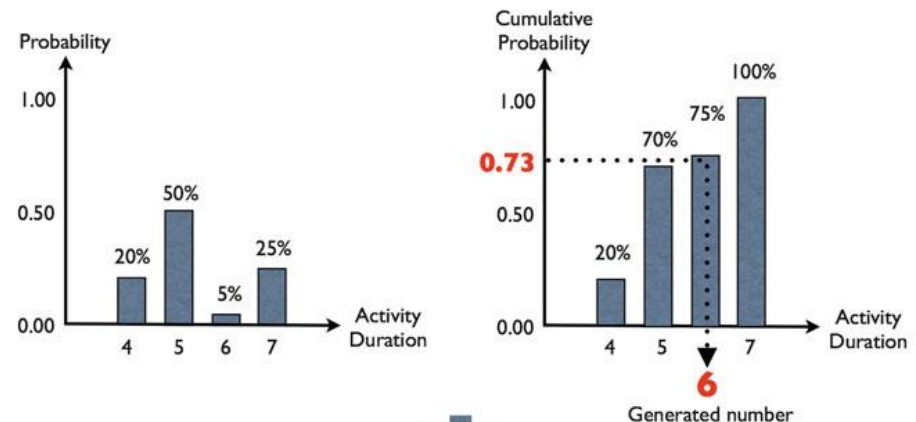
La simulación de Monte Carlo genera una duración para cada actividad del proyecto en función de su perfil de incertidumbre predefinido, de la siguiente manera:

- Generar un número aleatorio del intervalo $[0,1)$
- Generar un número utilizando una función de distribución acumulativa
- Añadir el nuevo número al calendario base

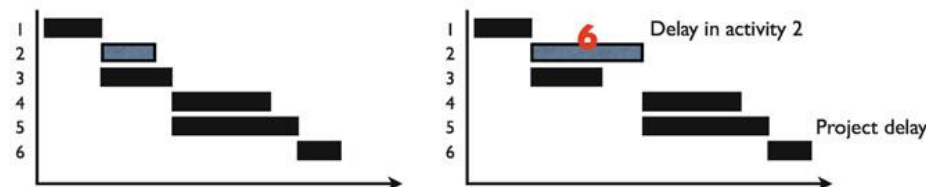
Step 1.
Random number generator
(e.g. the rand() function in MS Excel)



Step 2.
Cumulative Distribution Function
(generated random number on y-axis to find number on x-axis)



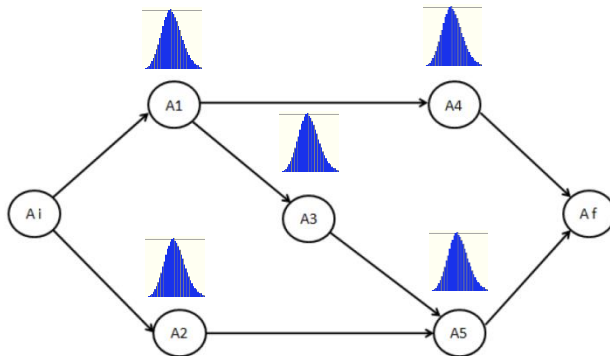
Step 3.
Replace in baseline schedule
(delay in second activity causes project delay)



Simulación de Monte Carlo

Los pasos a seguir para realizar Simulación de Monte Carlo son los siguientes:

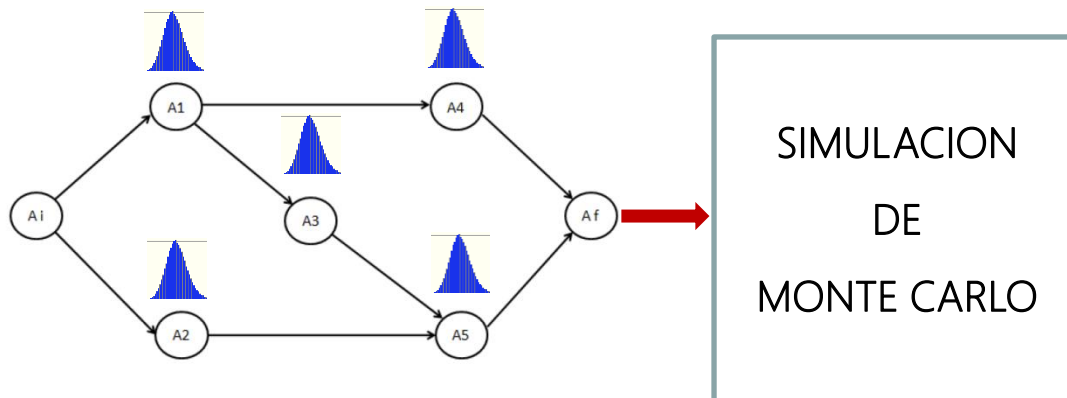
- Diseñar el modelo que representa el sistema en estudio.
- Especificar las funciones de distribuciones de probabilidad para cada una de las variables aleatorias relevantes e incluir posibles dependencias entre las variables.



Simulación de Monte Carlo

Los pasos a seguir para realizar Simulación de Monte Carlo son los siguientes:

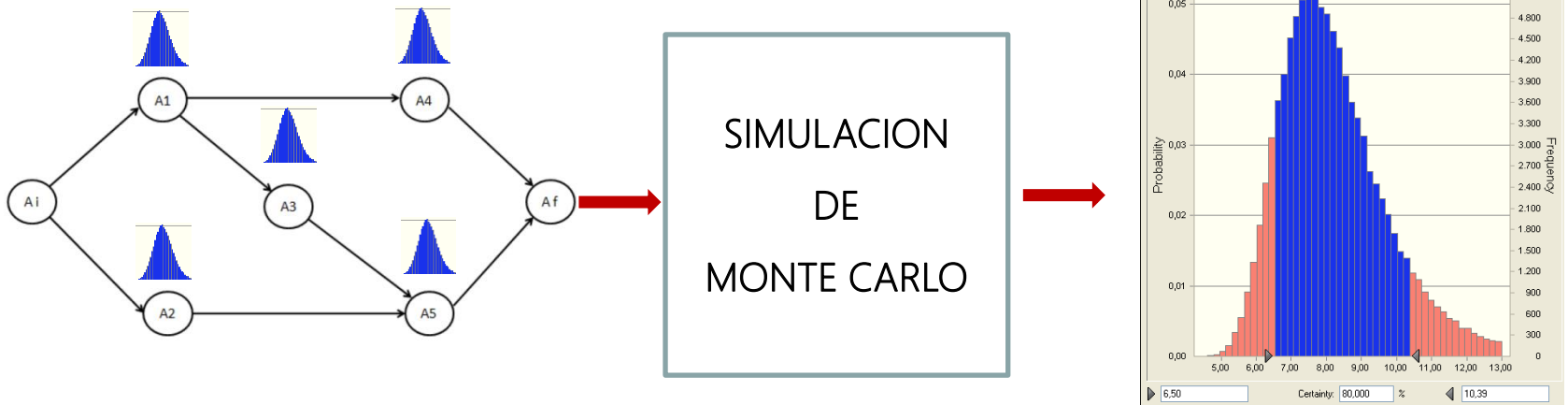
- Asignar valores a variables aleatorias conforme su función de distribución.
- Calcular el resultado del modelo según los valores aleatorios asignados y registrar el resultado.



Simulación de Monte Carlo

Los pasos a seguir para realizar Simulación de Monte Carlo son los siguientes:

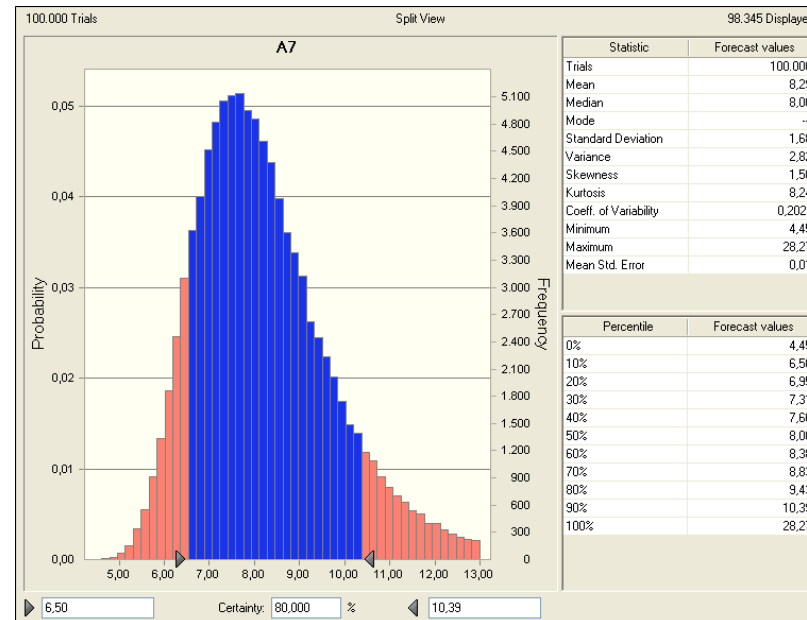
- Repetir el proceso hasta tener una muestra estadísticamente representativa
- Obtener la función de distribución resultado de las iteraciones realizadas



Simulación de Monte Carlo

Los pasos a seguir para realizar Simulación de Monte Carlo son los siguientes:

- Calcular estadísticos más importantes (media, desviación estándar, intervalos de confianza, etc.).
- Analizar los resultados.



Simulación de Monte Carlo

Conceptos estadísticos

Experimento aleatorio

Proceso o acción cuyo resultado no se puede predecir con certeza, pero cuyos posibles resultados se conocen de antemano. Por ejemplo, lanzar una moneda o tirar un dado.

Variable aleatoria

Función que asigna un valor numérico a cada posible resultado de un experimento aleatorio. Puede ser:

Discreta: Toma valores específicos (e.g., número de caras al lanzar 3 monedas).

Continua: Toma valores en un rango continuo (e.g., tiempo de espera en una fila).

Probabilidad

Medida numérica que indica la posibilidad de que ocurra un evento en un experimento aleatorio. Se mide entre **0** y **1**, o ente **0%** y **100%**
e.g., al lanzar una moneda, la probabilidad de obtener cara es $P(\text{cara})=0,5$

Simulación de Monte Carlo

Conceptos estadísticos

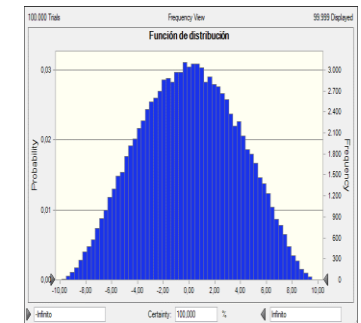
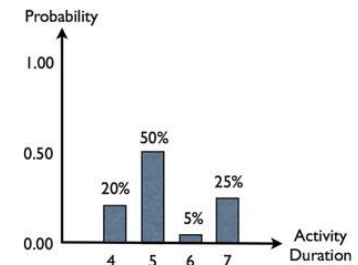
Función de densidad de probabilidad $f(x)$

describe cómo se distribuyen las probabilidades entre los posibles valores de una variable aleatoria. Su forma depende del tipo de variable:

1. **Variable aleatoria discreta:** La función es $P(X=x)$, que da la probabilidad de que la variable aleatoria X tome un valor específico x .
2. **Variable aleatoria continua:** La función es una función de densidad de probabilidad $f(x)$ y no da probabilidades directas, sino que se integra sobre un intervalo para calcular la probabilidad:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

En ambos casos, las probabilidades totales deben sumar 1.



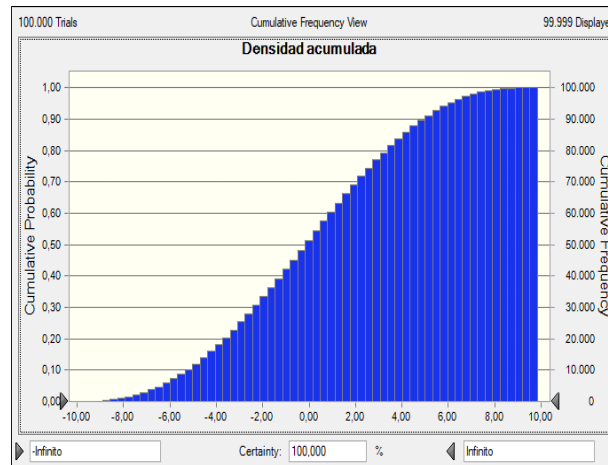
Simulación de Monte Carlo

Conceptos estadísticos

Función de distribución acumulada

Función que determina la probabilidad de que una observación aleatoria sea menor que o igual a cierto valor. También se puede usar esta información para determinar la probabilidad de que una observación sea mayor que cierto valor o se encuentre entre dos valores.

Crece de 0 a 1 a medida que el valor aumenta.

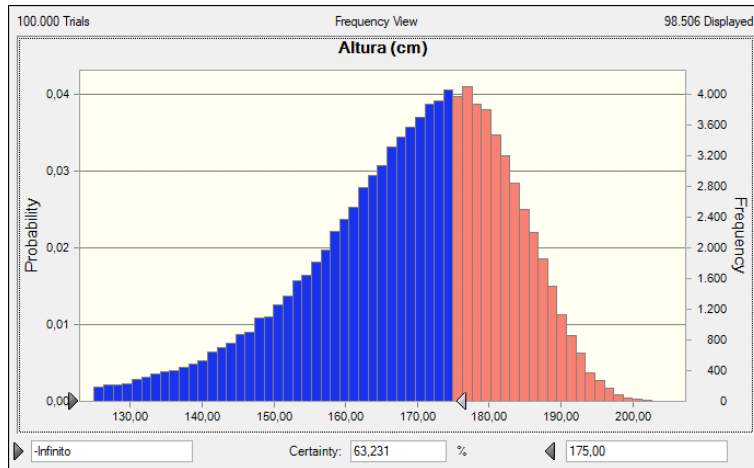


Simulación de Monte Carlo

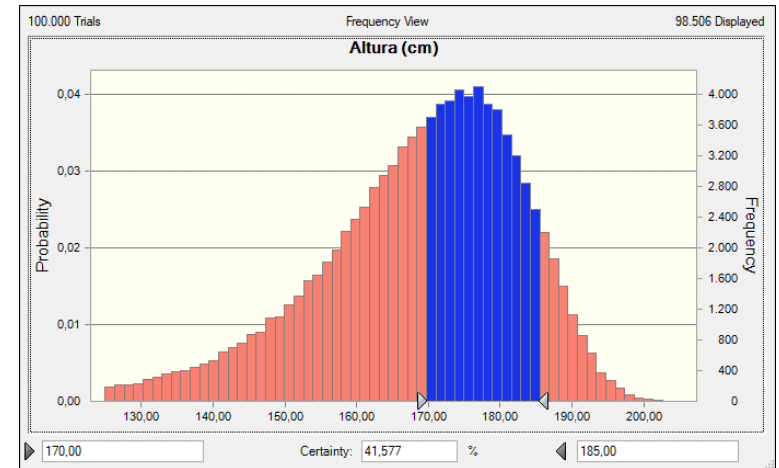
Conceptos estadísticos

Propiedades de la función de densidad

Utilizando la función de densidad, podemos calcular la probabilidad de obtener un valor o la probabilidad de estar entre dos valores distintos



Probabilidad de que un varón
mida menos de 175 cm



Probabilidad de que un varón
mida entre 170 y 185 cm

Simulación de Monte Carlo

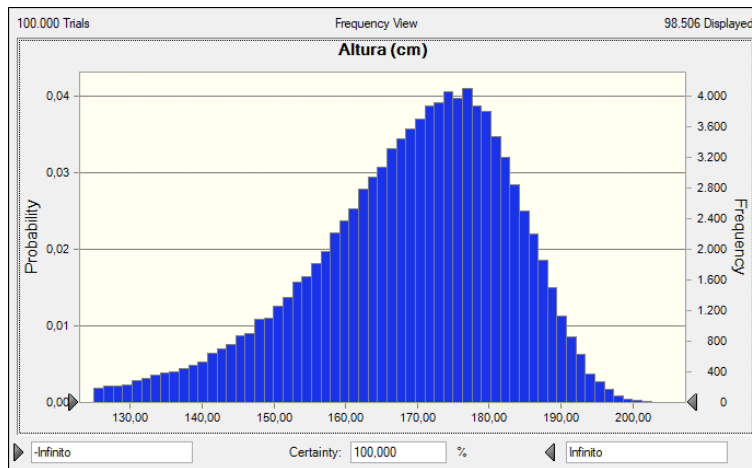
Conceptos estadísticos

Propiedades de la función de densidad

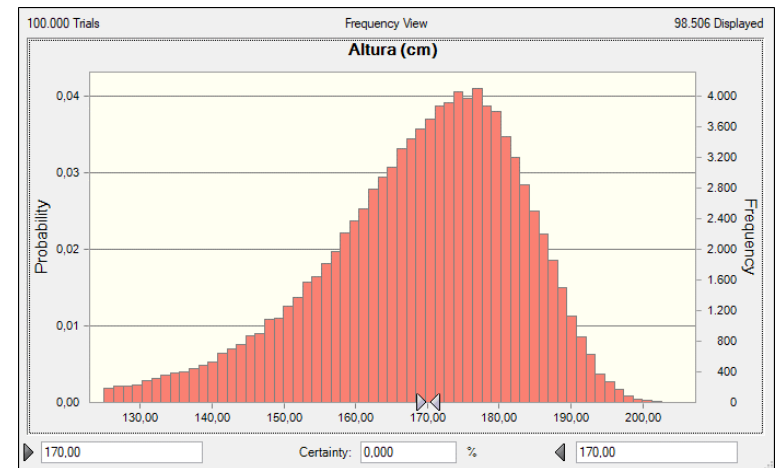
La función de densidad de probabilidad es **NO** negativa

La probabilidad total de la muestra es 1

La probabilidad de encontrar un valor determinado es 0.



Probabilidad de que un varón mida entre 125 y 205 es el total



Probabilidad de que un varón mida exactamente 170 cm es 0

Simulación de Monte Carlo

Conceptos estadísticos

Esperanza matemática o media (μ)

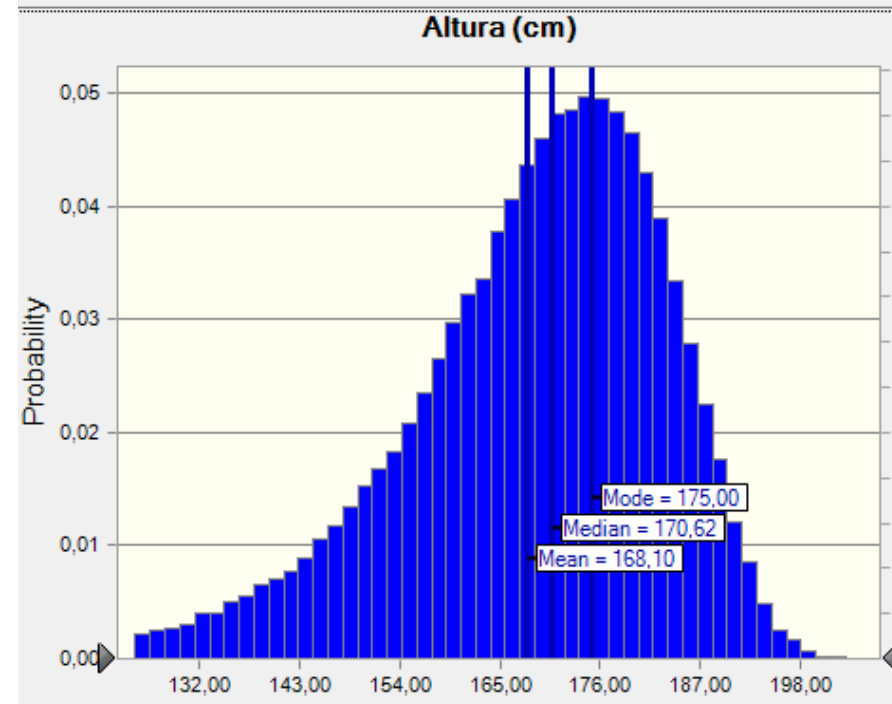
valor medio, promedio o media aritmética de una serie de datos.

Moda

valor que más se repite y, por tanto, el más probable. Valor con mayor frecuencia en una distribución

Mediana

valor del 50% de probabilidad de un fenómeno aleatorio



Simulación de Monte Carlo

Conceptos estadísticos

Desviación típica (σ)

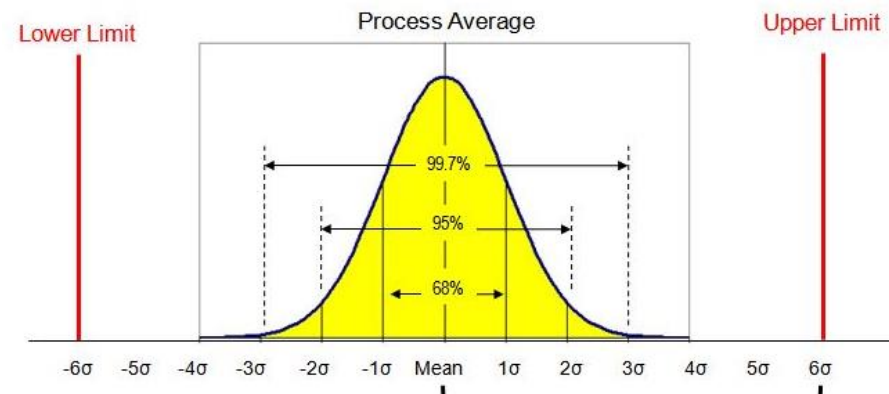
es una medida de dispersión que indica cuánto se alejan, en promedio, los valores de un conjunto de datos respecto a su media. Se calcula como la raíz cuadrada de la varianza: $\sigma = \sqrt{\text{Varianza}}$

Varianza (σ^2)

es una medida de dispersión que indica qué tan lejos, en promedio, están los valores de un conjunto de datos respecto a su media.

Se calcula como el promedio de los cuadrados de las diferencias entre cada valor y la media:

$$\text{Varianza} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$



Simulación de Monte Carlo

Conceptos estadísticos

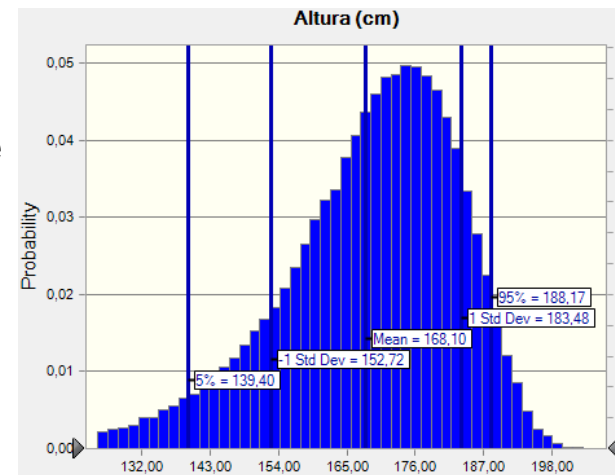
Percentil

es un valor que divide un conjunto de datos ordenados en 100 partes iguales, de modo que un porcentaje específico de los datos queda por debajo de ese valor.

Por ejemplo:

- El **percentil 25 (P25)** indica que el 25% de los datos están por debajo de ese valor.
- El **percentil 50 (P50)** coincide con la mediana, ya que divide los datos en dos mitades iguales.
- El **percentil 90 (P90)** indica que el 90% de los datos están por debajo de ese valor.

Los percentiles son útiles para interpretar la posición relativa de un dato en un conjunto de datos.



Simulación de Monte Carlo

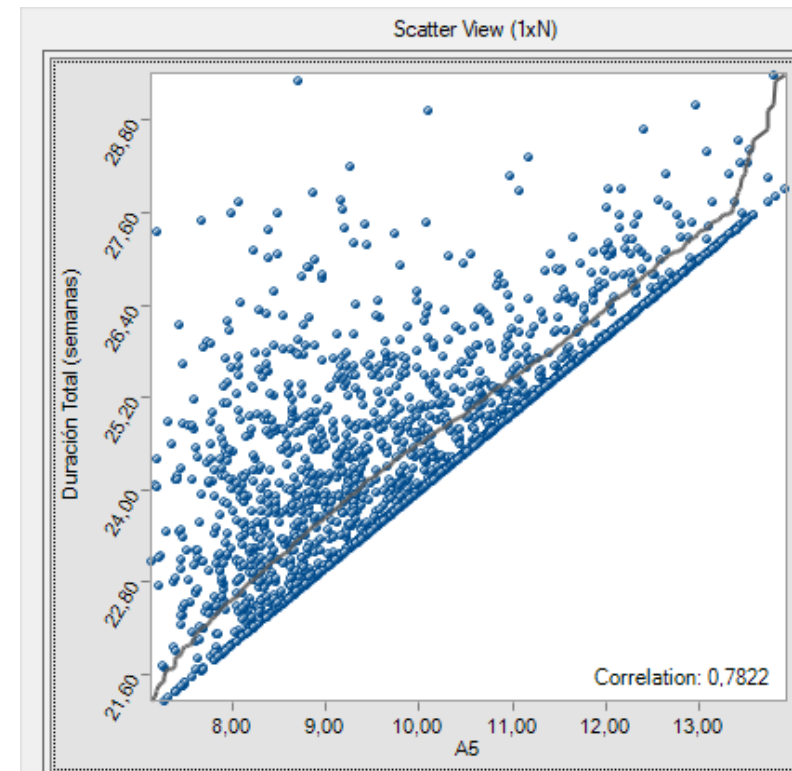
Conceptos estadísticos

Correlación

relación o dependencia que existe entre las dos variables que intervienen en una distribución bidimensional.

La correlación puede ser directa (las dos aumentan) o inversa (cuando una aumenta, la otra disminuye).

Suele funcionar en los dos sentidos, pero puede no hacerlo (hay una variable que se ve influida por la otra, y no al contrario).

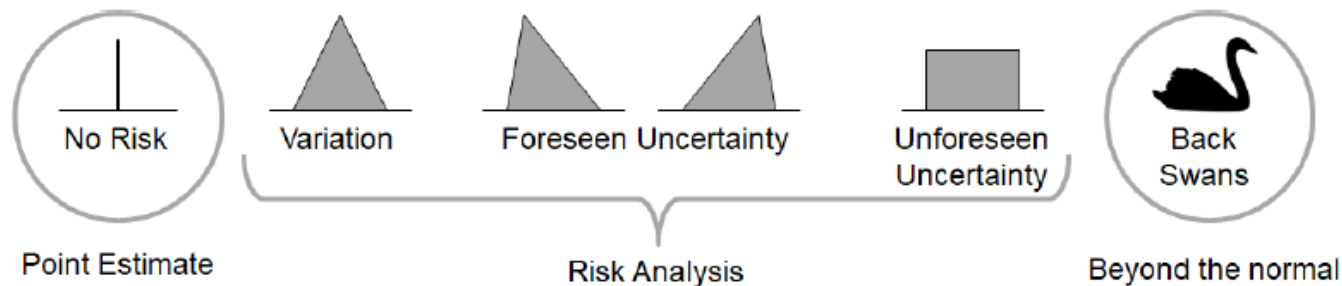


Simulación de Monte Carlo

Modelado estadístico de las actividades de los proyectos

Si la **actividad no tiene riesgo**, la estimación se puede confiar a la experiencia del director de proyecto (lo que se denomina “juicio de expertos”). La actividad puede modelarse simplemente como un valor **determinista**, cuyo parámetro podríamos considerarlo como el más probable.

Si la **actividad tiene poco riesgo** y la estimación de la actividad es conocida, excepto por variaciones anómalas imprevistas que puedan surgir debido a factores aleatorios. En este caso se recomienda utilizar distribuciones **simétricas beta o triangular**.

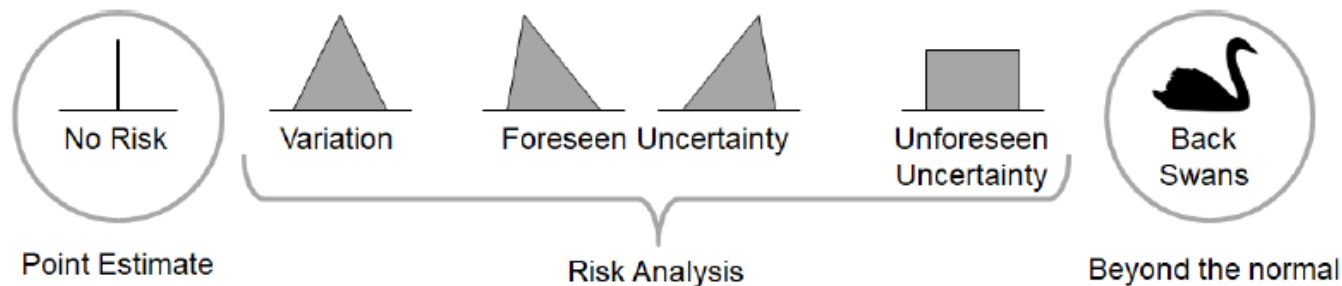


Simulación de Monte Carlo

Modelado estadístico de las actividades de los proyectos

Si la actividad tiene **riesgo conocido**, y se conocen las incertidumbres que provocan las desviaciones, se recomienda utilizar distribuciones **asimétricas beta o triangular**. Si la incertidumbre llega a producirse, afectará a la actividad, haciendo que su valor sea mayor o menor que el previsto.

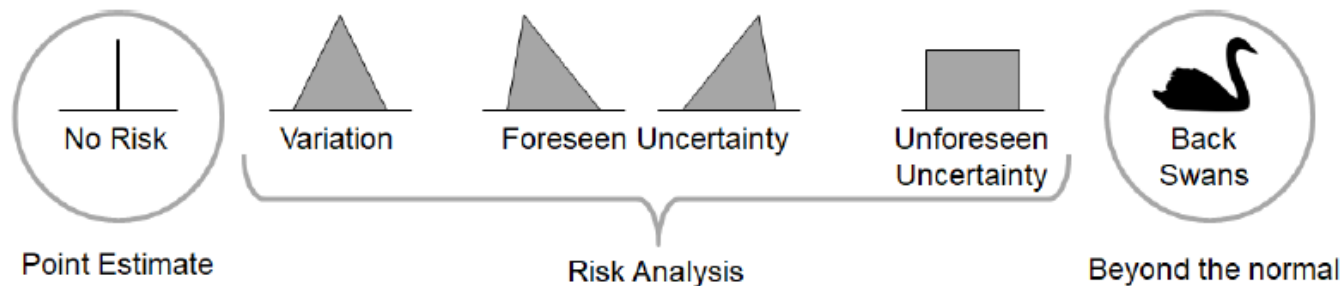
Si la actividad tiene **riesgo desconocido**, se recomienda la distribución **uniforme**. Se intentará definir de la manera más exacta posible un valor máximo y mínimo que recoja la falta de conocimiento sobre el comportamiento de la actividad.



Simulación de Monte Carlo

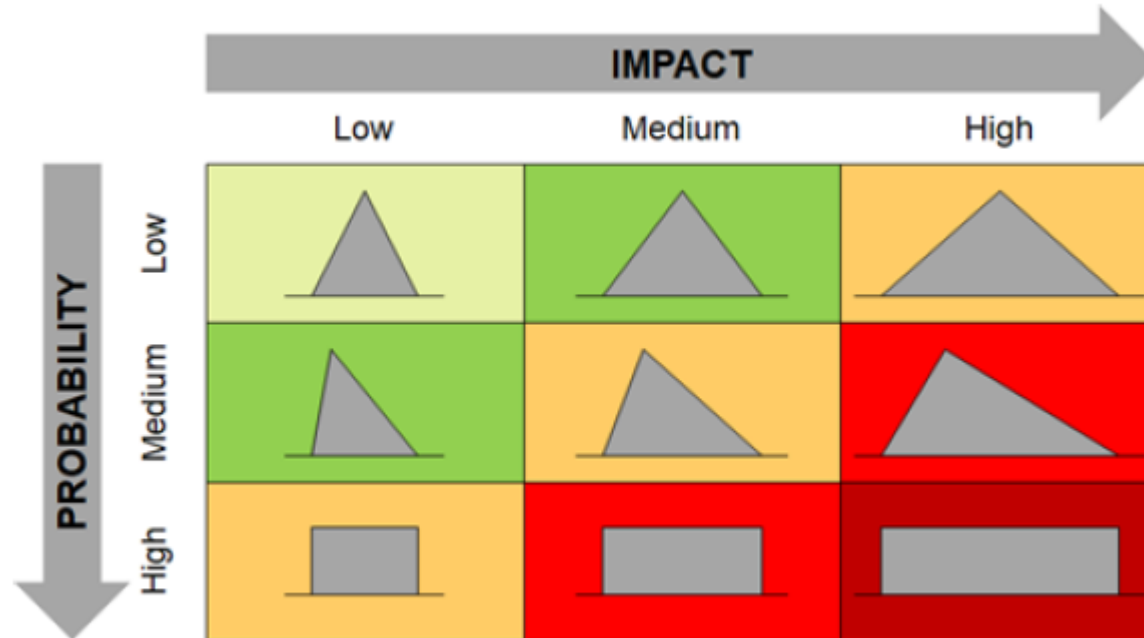
Modelado estadístico de las actividades de los proyectos

La actividad es un **cisne negro**. Para algunas actividades se asume que la probabilidad de los potenciales problemas es muy baja, si bien no deben menospreciarse porque el impacto para el proyecto podría ser muy alto. Estas actividades típicamente se excluyen del análisis de riesgos por considerarlas fuera de lo normal, y suelen gestionarse como supuestos. Para el análisis de Monte Carlo, podemos modelarlas como si **no tuvieran riesgo**.



Simulación de Monte Carlo

Modelado estadístico de las actividades de los proyectos



Simulación de Monte Carlo

Simulación de Monte Carlo en Dirección de Proyectos

En dirección de proyectos, se utilizará simulación de Monte Carlo para establecer **contingencias** (a un nivel determinado de probabilidad) en la planificación del proyecto: **fondos**, si hablamos de costes y **márgenes**, si nos estamos refiriendo a plazo

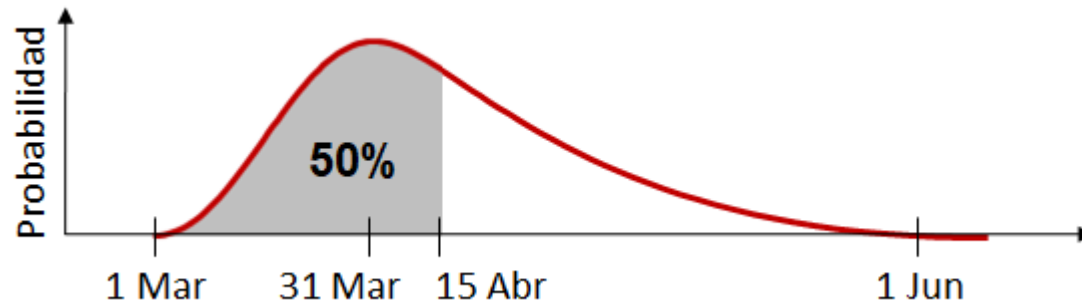
Ejemplo

El patrocinador del proyecto que usted está dirigiendo se le acerca y le pregunta:

–¿Qué probabilidad hay de que mi proyecto termine antes de abril por debajo de un millón de euros?

Simulación de Monte Carlo

Simulación de Monte Carlo en Dirección de Proyectos

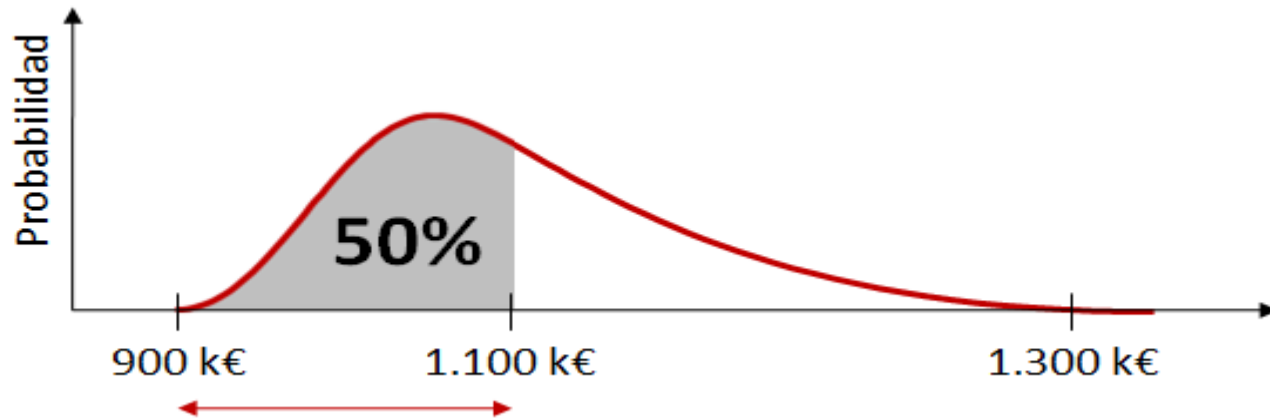


Apoyándose en esta gráfica, usted podría explicarle lo siguiente:

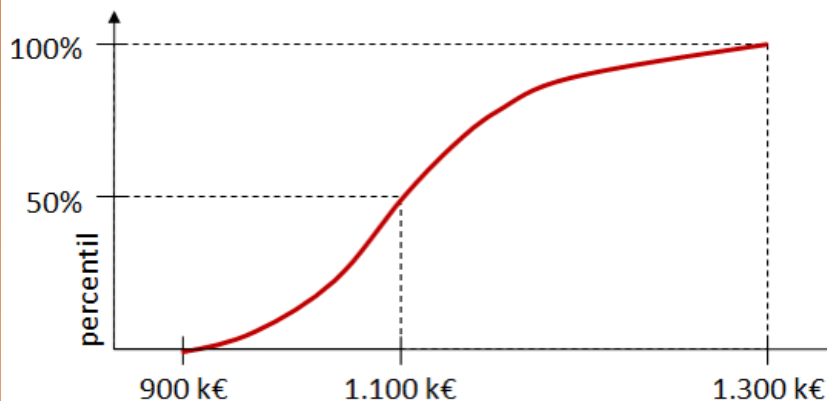
*–Terminar antes de marzo es imposible. Teniendo en cuenta los riesgos, la fecha más probable para entregar un producto aceptable es el 31 de marzo, pero esta fecha no es muy creíble, ya que tan solo hay un 30% de probabilidad de terminar antes. Habría que esperar hasta **mediados de abril** si se quiere publicar una fecha límite con el **50% de confianza**. Si se quiere probabilidad de retraso virtualmente nula, habría que publicar como fecha de fin de proyecto el 1 de junio.*

Simulación de Monte Carlo

Simulación de Monte Carlo en Dirección de Proyectos



Con esta otra gráfica podría darle una explicación sobre el coste:



*–El presupuesto a la conclusión debería ser de **1,1M€**, teniendo en cuenta la reserva para contingencias de **100k€**. Hemos calculado la reserva para contingencias restando el percentil 50 (1,1M€) menos el valor planificado (1M€).*