ANÁLISIS CUANTITATIVO DE RIESGOS. SIMULACIÓN DE MONTE CARLO

1. Introducción

Según la Guía del PMBoK, del Project Management Institute, la Gestión de los Riesgos del Proyecto incluye los procesos para llevar a cabo la planificación de la gestión, identificación de riesgos, realizar el análisis cuantitativo, realizar el análisis cualitativo, planificar la respuesta a los riesgos, implementación de la respuesta y monitoreo de los riesgos de un proyecto. Los objetivos de la gestión de los riesgos del proyecto son aumentar la probabilidad y/o el impacto de los riesgos positivos y disminuir la probabilidad y/o el impacto de los riesgos negativos, a fin de optimizar las posibilidades de éxito del proyecto.

Según esta Guía, estos procesos pueden definirse como:

Planificar la Gestión de los Riesgos: Consiste en la definición de las actividades necesarias para realizar las actividades de gestión de riesgos de un proyecto. Describe el modo en que se organizarán y se llevarán a cabo las actividades de gestión de riesgos. Asegura que la gestión de riesgos se realizará acorde al tipo de riesgo y a la importancia del proyecto para la organización y otros stakeholders.

Identificar los Riesgos: Identificar los riesgos del proyecto, así como las fuentes de riesgo, documentando sus características. Se reúne información para poder responder convenientemente a los riesgos identificados

Realizar el Análisis Cualitativo de Riesgos: Priorizar los riesgos del proyecto, analizando la probabilidad de aparición del riesgo y el impacto que pudiera tener. Concentra los esfuerzos en los riesgos de mayor prioridad

Realizar el Análisis Cuantitativo de Riesgos: analizar numéricamente el efecto de los riesgos identificados del proyecto y de otras fuentes de incertidumbre sobre los objetivos generales. Proporciona información cuantitativa sobre los riesgos que ayudará a la toma de decisiones en la gestión del proyecto.

Planificar la Respuesta a los Riesgos: desarrollar distintas opciones para potenciar las oportunidades y reducir las amenazas, seleccionar estrategias y acordar acciones para abordar la exposición al riesgo del proyecto. Asignación de recursos y actividades en función de la importancia de los riesgos para una correcta gestión de estos.

Implementar la Respuesta a los Riesgos: implementar planes adecuados de respuesta a los riesgos según el proceso de planificación. Se pretende que las respuestas establecidas para los riesgos se lleven a cabo según el proceso de planificación

Monitorear los Riesgos: monitorizar la implementación de los planes previstos de respuesta a los riesgos, hacer seguimiento a los riesgos identificados, identificar y analizar nuevos riesgos y evaluar la efectividad del proceso de gestión de los riesgos a lo largo del proyecto. Las decisiones del proyecto se basarán en la información actualizada sobre el registro de riesgos.

De todos estos procesos que componen el Plan de Gestión de Riesgos del Proyecto, según la Guía del PMBok, este capítulo se restringe al **Análisis Cuantitativo de Riesgos**. Y más concretamente a una de las posibles herramientas que podemos utilizar para realizar este análisis.

Continuando con las indicaciones de la Guía del PMBok, el análisis cuantitativo de riesgos no siempre es necesario realizarlo, ni se realiza para todo tipo de proyectos. Depende, en gran medida, de la disponibilidad y calidad de los datos de los riesgos que se disponga, así como de otro tipo de incertidumbres que afecten al proyecto. Puede ser muy adecuado y conveniente para proyectos grandes, complejos, estratégicos, o para aquellos que sea un requisito del cliente.

Cuando utilizamos técnicas cualitativas estimamos unos valores para probabilidad e impacto (crítico, alto, medio, bajo, despreciable, etc.,). Este procedimiento puede resultar fácil de realizar, no implica excesivo gasto en su realización, y puede ser incluso suficiente para proyectos pequeños. El problema de dicho análisis es que, aun siendo adecuado para jerarquizar los riesgos, esto no nos sirve para estimar el impacto (retrasos, sobrecostes o bajas en rentabilidad a los que podemos enfrentarnos).

Por lo tanto, necesitamos establecer los fondos (coste) y márgenes (plazo) para contingencias, y las técnicas cualitativas no nos facilitan estos resultados, que sí podemos obtener con el análisis cuantitativo. Si, además, para poder realizar el análisis es necesario disponer de datos de todos los planes de gestión implicados en el proyecto (alcance, plazo, costes, …), este hecho contribuye a la integración de los trabajos del equipo de proyecto. Aún así, no debemos considerar los resultados como algo absoluto que garantiza el éxito, sino como ayuda para la toma de decisiones.

La Guía del PMBok reconoce como herramientas y técnicas para elaborar un correcto análisis cuantitativo el Juicio de Expertos, Recopilación de datos, Habilidades interpersonales y de equipo, Representaciones de la incertidumbre y análisis de datos (Simulaciones, Análisis de sensibilidad, Análisis mediante árbol de decisiones y Diagramas de influencias).

Las simulaciones se realizan habitualmente utilizando análisis de Monte Carlo. Y es esta técnica la que queremos ampliar su explicación para fomentar y facilitar su utilización.

2. Simulación de Monte Carlo

Se entiende por **Simulación** al proceso de diseñar y desarrollar un modelo automatizado de un sistema o proceso para conducir experimentos con este modelo, con la intención de comprender el comportamiento del sistema o valorar posibles estrategias con las que podamos manipular el sistema.

Un Modelo de simulación está formado por un conjunto de hipótesis que tratan sobre el funcionamiento del sistema. Estas se expresan como funciones matemáticas y/o lógicas entre los elementos del sistema y permiten imitar el comportamiento de un sistema real.

Por último, un Proceso de simulación consiste en la ejecución del modelo a través del tiempo, utilizando equipos informáticos, para generar muestras representativas del comportamiento del sistema real.

La simulación de Monte Carlo es una técnica cuantitativa que hace uso de la estadística y la informática para analizar el comportamiento aleatorio de sistemas reales, mediante modelos matemáticos, en la que las variables inciertas del modelo se representan por funciones de distribución de probabilidad.

La clave de la simulación de Monte Carlo consiste en crear un modelo matemático del sistema. Se identifican las variables aleatorias que determinan el comportamiento del sistema. El modelo se repite varias veces asignando distintos valores a las variables, según las distribuciones de probabilidad de las variables inciertas para simular todos los posibles resultados. Se obtiene una función de distribución de los posibles resultados, junto con su probabilidad de ocurrencia.

Tras repetir varias veces el experimento, se obtienen todas las observaciones del comportamiento del sistema, las cuales se utilizarán para entender el funcionamiento del mismo. Cuanto mayor sea el número de repeticiones, mayor será la precisión del análisis. Fig. 1

Los pasos a seguir para realizar Simulación de Monte Carlo son los siguientes:

- Diseñar el modelo que representa el sistema en estudio.
- Especificar las funciones de distribuciones de probabilidad para cada una de las variables aleatorias relevantes e incluir posibles dependencias entre las variables.
- Asignar valores a variables aleatorias conforme su función de distribución.
- Calcular el resultado del modelo según los valores aleatorios asignados y registrar el resultado.
- Repetir el proceso hasta tener una muestra estadísticamente representativa
- Obtener la función de distribución resultado de las iteraciones realizadas
- Calcular estadísticos más importantes (media, desviación estándar, intervalos de confianza, etc.).
- Analizar los resultados.

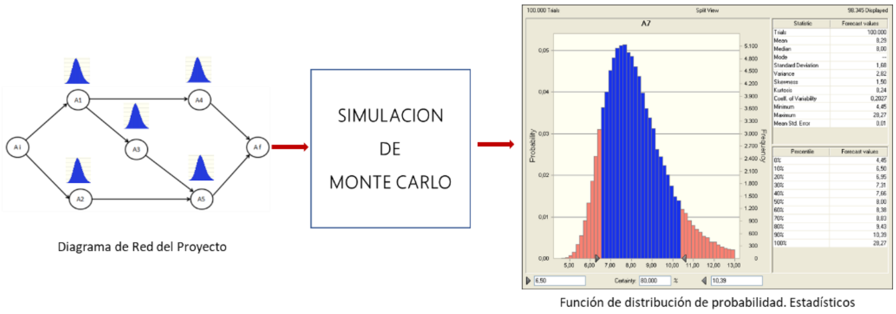


Figura 1. Esquema para Simulación de Monte Carlo

Para poder aplicar Simulación de Monte Carlo en el Análisis Cuantitativo de la gestión de riesgos, no es necesario tener conocimientos estadísticos muy profundos (aunque siempre serán más útiles si disponemos de ellos).

Vamos a recordar algunos **conceptos estadísticos** básicos que podemos utilizar a lo largo de este capítulo.

Experimento aleatorio: Experimento de resultado incierto, que no se puede predecir el resultado. En ocasiones la incertidumbre se puede caracterizar.

Variable aleatoria: Cada uno de los posibles resultados de un experimento aleatorio. Hay resultados imposibles, poco probables, probables, y muy probables.

Probabilidad: Frecuencia con la que aparece un resultado determinado al realizar un experimento aleatorio. Se mide entre 0 y 1, o ente 0% y 100%

Función de densidad de probabilidad f(x): Función que nos dice cómo es de probable que una variable aleatoria tome un valor de terminado. Fig. 2 a)

Función de distribución acumulada: Función que determina la probabilidad de que una observación aleatoria sea menor que o igual a cierto valor. También se puede usar esta información para determinar la probabilidad de que una observación sea mayor que cierto valor o se encuentre entre dos valores. Fig. 2 b)

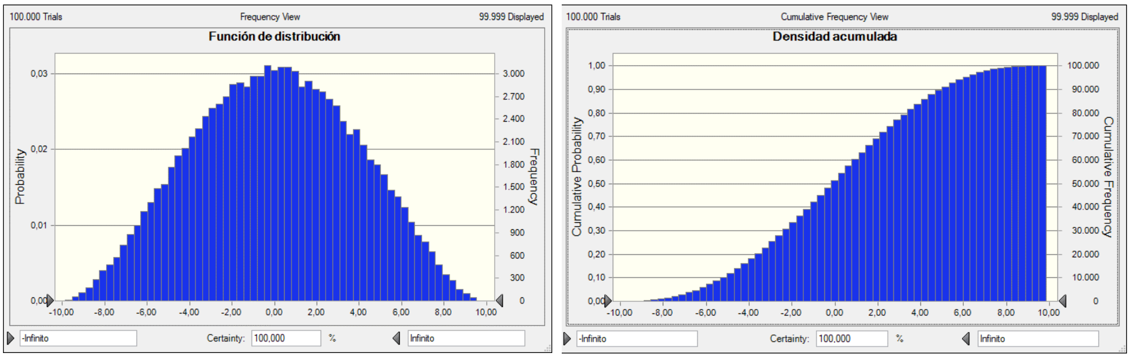


Figura 2. a) Función de densidad de probabilidad. b) Función de distribución acumulada

Propiedades de la función de densidad: Utilizando la función de densidad, podemos calcular la probabilidad de obtener un valor (Ej. Probabilidad de que un varón mida menos de 175 cm) Fig. 3 a); probabilidad de estar entre dos valores distintos (Ej. Probabilidad de que un varón mida entre 170 y 185 cm) Fig. 3 b).

La probabilidad total de la muestra es 1 (Ej. Probabilidad de que un varón mida entre 125 y 205 es el total) Fig. 3 c). La probabilidad de encontrar un valor determinado es 0. (Ej. Probabilidad de que un varón mida exactamente 170 cm es 0). Fig 3 d)

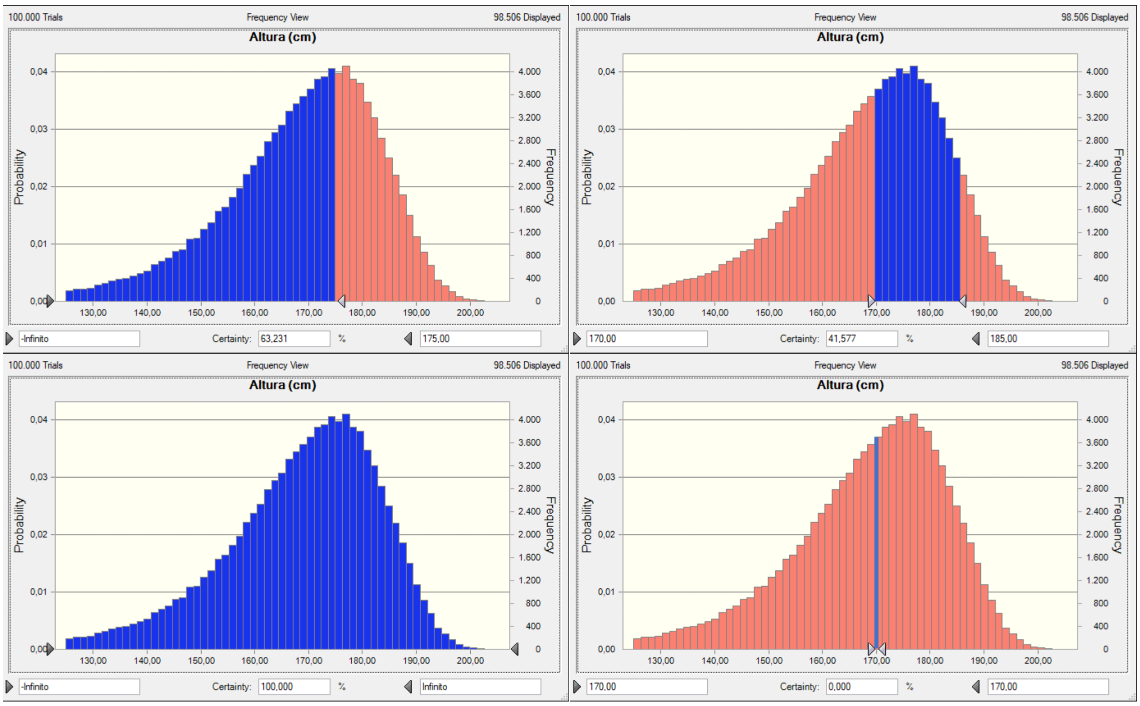


Figura 3. Propiedades de la función de densidad

Esperanza matemática o media (μ): valor medio, promedio o media aritmética de una serie de datos.

Mediana: valor del 50% de probabilidad de un fenómeno aleatorio.

Moda: valor que más se repite y, por tanto, el más probable. Valor con mayor frecuencia en una distribución.

Varianza (σ^2): medida de dispersión de la muestra. Es la media aritmética del cuadrado de las desviaciones respecto a la media de una distribución estadística. Cuanto mayor sea la varianza (y, por tanto, la desviación típica), mayor es la distancia entre el valor máximo y el mínimo de una distribución: mayor es la incertidumbre.

Desviación típica (σ): también mide la dispersión. Es la raíz cuadrada de la varianza

Si tuviésemos una función de distribución normal, sabemos que la probabilidad en el intervalo (μ-σ, μ+σ) es del 68%, entre (μ-2σ, μ+2σ) del 95% y entre (μ-3σ, μ+3σ) del 99%.

Percentil: indica el valor de la variable por debajo del cual se encuentra un porcentaje dado de observaciones en un grupo de observaciones. Por ejemplo, el percentil 20 (P20) es el valor bajo el cual se encuentran el 20 % de las observaciones.

Correlación: La correlación estadística determina la relación o dependencia que existe entre las dos variables que intervienen en una distribución bidimensional. Significa que, al modificar el valor de una de ellas, la otra también lo hace, o bien puede hacerlo para determinados valores de la primera variable. La correlación puede ser directa (las dos aumentan) o inversa (cuando una aumenta, la otra disminuye). Suele funcionar en los dos sentidos, pero puede no hacerlo (hay una variable que se ve influida por la otra, y no al contrario). Puede haber correlación múltiple, entre más de dos variables.

Existen diferentes tipos de funciones de densidad (funciones de probabilidad) que se utilizarán para modelar estadísticamente las actividades, en función del conocimiento que se tenga de las mismas.

Uniforme (Fig. 4 a)): Generalmente es una aproximación muy pobre para usar como estimación de la incertidumbre. Todos los valores entre el máximo y el mínimo tienen la misma probabilidad. Es útil para resaltar el hecho de que se conoce muy poco de un parámetro.

Usado como base para la generación de números aleatorios para otras distribuciones.

Parámetros: Uniforme (min, max).

Media: $\mu = \frac{min+max}{2}$; Varianza: $\sigma^2 = \frac{(max-min)^2}{12}$ Ec. 1

Triangular (Fig. 4 b)): Es la función de distribución más utilizada. Puede ser simétrica, sesgada a la derecha o a la izquierda. Definida a partir de sus valores mínimo (a), más probable(b) y máximo (c). Es de definición intuitiva y de gran flexibilidad en cuanto a geometrías posibles.

Es útil utilizarla cuando se conoce muy poco de la variable, pero se tienen estimados los tres parámetros (a, b, c). No conviene utilizar en situaciones donde es difícil determinar el valor máximo (c). Tampoco si se asume un máximo muy grande, ya que se puede distorsionar el análisis por que la media sería muy grande y su desviación estándar también.

Parámetros: Triangular (min., +probable, máx.)

Media: $\mu = \frac{a+b+c}{3}$; Varianza: $\sigma^2 = \sqrt{\frac{(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)}{18}}$ Ec. 2

Existe una versión especial de función de distribución triangular conocida como **TriGen**. Es una variación de la triangular, abierta en los extremos. Es una forma útil de evitar preguntar a los expertos por los estimados mínimo y máximo absolutos de un parámetro.

Beta Pert: (Fig. 4 c)): Derivada de la distribución Beta y requiere los mismos tres parámetros que la distribución Triangular: un valor mínimo (a), más probable (b) y máximo (c). Su media es más sensible al valor más probable que en el caso de la Triangular. Su desviación estándar es menos sensible a los extremos que la Triangular.

Parámetros: BetaPert (min., +probable, máx.)

Media: $\mu = \frac{a+4\cdot b+c}{6}$; Varianza: $\sigma^2 = \left(\frac{b-a}{6}\right)^2$ Ec. 3

Normal: (Fig. 4 d)): también conocida como distribución de Gauss, es una de las funciones de distribución más conocidas y utilizadas Tiene forma acampanada, siendo simétrica respecto a su valor medio. Permite modelar numerosos fenómenos naturales, sociales y psicológicos..

Parámetros: Normal (media, varianza)

Media: μ ; Varianza: σ^2 Ec. 4

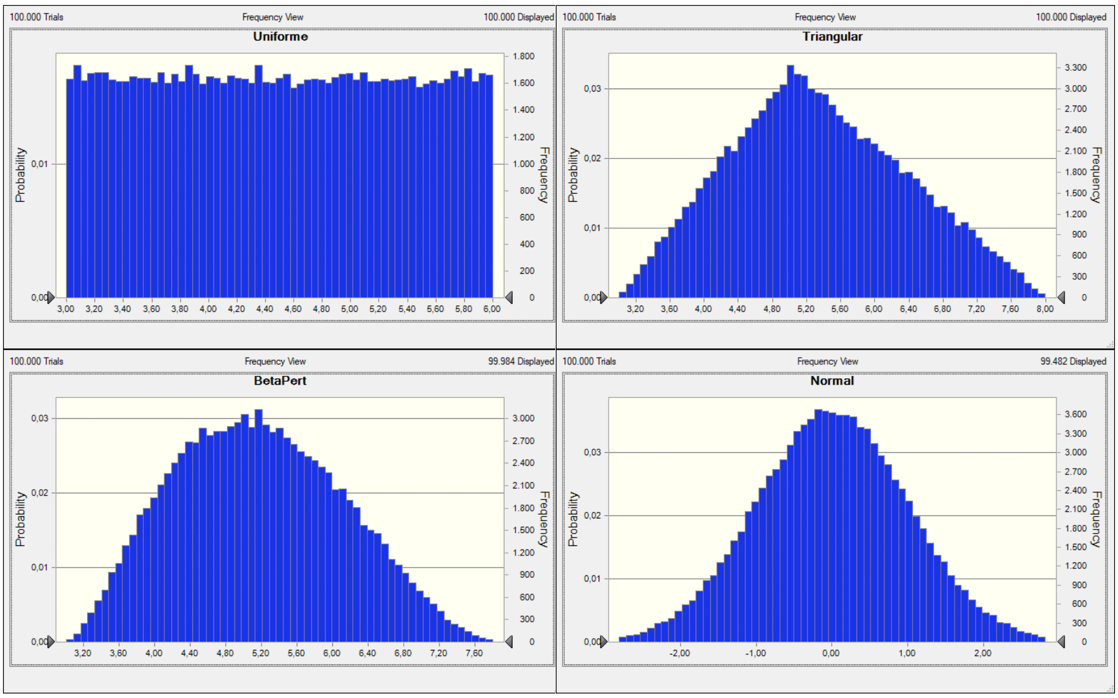


Figura 4. Funciones de distribución: a) Uniforme, b) Triangular, c) BetaPert, d) Normal

Distintos autores adoptan normas para el modelado estadístico de las actividades de los proyectos.

Si la **actividad no tiene riesgo**, la estimación se puede confiar a la experiencia del director de proyecto (lo que se denomina “juicio de expertos”). La actividad puede modelarse simplemente como un valor determinista, cuyo parámetro podríamos considerarlo como el más probable.

Si la **actividad tiene poco riesgo** y la estimación de la actividad es conocida, excepto por variaciones anómalas imprevistas que puedan surgir debido a factores aleatorios. En este caso se recomienda utilizar distribuciones simétricas beta o triangular.

Si la **actividad tiene riesgo conocido**, y se conocen las incertidumbres que provocan las desviaciones, se recomienda utiliza distribuciones asimétricas beta o triangular. Si la incertidumbre llega a producirse, afectará a la actividad, haciendo que su valor sea mayor o menor que el previsto.

Si la **actividad tiene riesgo desconocido**, se recomienda la distribución uniforme. Se intentará definir de la manera más exacta posible un valor máximo y mínimo que recoja la falta de conocimiento sobre el comportamiento de la actividad.

Un caso de actividad especial es lo que se denomina "**Cisne Negro**". Estas actividades se consideran sin riesgo ya que no se espera que lleguen a materializarse. El problema surge cuando una actividad de este tipo llega a producirse, ya que suelen tener un impacto importante, pero no se supieron pronosticar.

Simulación de Monte Carlo en Dirección de Proyectos

En dirección de proyectos, se utilizará simulación de Monte Carlo para establecer contingencias (a un nivel determinado de probabilidad) en la planificación del proyecto: fondos, si hablamos de costes y márgenes, si nos estamos refiriendo a plazo.

Y esto es posible porque se deja de pensar en las actividades con duración (y coste) determinista. Estudiamos la incertidumbre en los proyectos y eso implica que somos incapaces de asignar valores fijos e invariantes de duración y coste a las actividades, y la única manera de modelizar dichas actividades para poder formar nuestro modelo de proyecto, es considerarlas como estocásticas.

Para ello, se elegirá la mejor función que pueda modelar a cada actividad. Esta tarea será crítica para conseguir la mejor aproximación del modelo a la realidad y, dependerá, sobre todo, de la experiencia del equipo de proyecto en el conocimiento de cada una de las actividades.

Imaginemos que el Promotor del proyecto pregunta al director de proyecto por el avance del mismo y, concretamente, le pregunta por una fecha de finalización. Incluso por el coste final del proyecto.

Si hemos planificado el proyecto considerando actividades con duración y coste determinista, podemos contestar al promotor sobre la fecha de finalización estimada del proyecto, y su coste previsto. Estos cálculos podemos haberlos realizado utilizando metodología EVM y sus estimadores de coste y plazo.

Pero tenemos que tener en cuenta que no hemos considerado ninguna fuente de incertidumbre que pueda afectar a cualquiera de las actividades. Y si hemos realizado una buena identificación de riesgos, sabemos que nos estamos equivocando.

Por una parte, por el hecho de que la incertidumbre que está implícita en las actividades hace que estas modifiquen sus parámetros aleatoriamente (dependiendo del tipo de actividad) y esto modificará inevitablemente al proyecto global.

Por otra parte, el hecho de que no se considere incertidumbre en las actividades y las consideremos de duración determinista, estamos afirmando que el camino crítico es invariable a lo largo de la duración del proyecto. Sabemos que esta afirmación tiene como consecuencia que, si utilizamos el método de programación PERT para estimación de la duración del proyecto, la duración resultante es optimista y, por consiguiente, tenemos altas probabilidades de que el proyecto se retrase.

Así pues, debemos incorporar incertidumbre en las actividades. Cada una de ellas caracterizada por la función de distribución que mejor se adapte a su comportamiento.

Y una vez que tenemos nuestro modelo de sistema, utilizamos Simulación de Monte Carlo para poder dar respuesta al Promotor sobre la cuestión que nos había planteado.

En este momento, podremos contestar con datos estadísticos. Ya no podremos afirmar una fecha concreta, estimada, de finalización del proyecto, sino que nuestra respuesta estará condicionada por una probabilidad de cumplimiento.

Por ejemplo, podremos contestar que nuestro proyecto tiene un 80 % de probabilidades de finalizar antes de 8 meses. O, si tenemos menos aversión al riesgo, podemos afirmar que el proyecto finalizará antes de 6,5 meses, ahora con un 70% de probabilidad.

Es decir, nuestra respuesta está basada en datos estadísticos que vamos a poder extraer de la Simulación de Monte Carlo.

Si hablamos de costes, podemos haber concluido que la moda, o valor más probable del coste total del proyecto son 200.000 €, y así se lo trasladamos al Promotor. Pero no debemos quedarnos con ese dato. Debemos proporcionar con qué probabilidad se produce ese coste y cuál será el coste con el que podríamos estar “más tranquilos”. Es decir, si calculamos que el proyecto costará 200.000 €, con un 45% de probabilidad, y también sabemos que, con un 80% de probabilidad, el proyecto costaría 260.000 €, estos datos nos pueden servir para fijar un fondo (contingente de coste) de 60.000 € con el que poder afrontar cualquier incertidumbre que pueda llegar a producirse. Por supuesto que establecer el fondo contingente, es decir, establecer el porcentaje en el que fijar ese coste dependerá del Promotor/Director de Proyecto, en base a todo su conocimiento.

Así pues, utilizamos Simulación de Monte Carlo como herramienta para realizar el análisis cuantitativo de los riesgos del proyecto.

Existen distintas aplicaciones informáticas que nos permiten implementar Monte Carlo, desde las más sencillas y conocidas por los usuarios hasta aplicaciones específicas incluidas en paquetes informáticos más complejos. Cada aplicación tiene sus ventajas e inconvenientes.

Se puede programar una hoja de cálculo MS Excel para simulación de Monte Carlo. Esta opción puede resultar atractiva en cuanto la gran mayoría de usuarios conocen el entorno de la aplicación y disponen de ella. Puede ser un inconveniente el hecho de tener que programar el modelo de proyecto, así como el tamaño del fichero creado.

Existen otras aplicaciones de programación matemática, por ejemplo, Matlab, que permiten crear simulaciones de Monte Carlo. En este caso debemos disponer igualmente de licencia de la aplicación, conocer la programación en *Matlab* y obtendríamos los resultados, gráficos y numéricos.

Pero, además, existen aplicaciones específicas para realizar simulación de Monte Carlo, como son *@Risk* o *@Risk*. Ambas aplicaciones funcionan instalando un Addin en otra aplicación, para correr sobre esta última. Así *@Risk* tiene la posibilidad de correr bajo Excel y también bajo MS

Project. Por el contrario, *@Risk* corre únicamente bajo MS Excel. Estas aplicaciones ofrecen una serie de posibilidades de definición de funciones de distribución, así como de gráficos de representación y elaboración de informes finales.

En apartados siguientes vamos a desarrollar un ejemplo de proyecto y vamos a resolverlo utilizando dos de estas aplicaciones: MS Excel y *@Risk*.

Explicaremos los pasos a seguir en cada caso para la obtención de los resultados finales.

3. Ejercicio práctico

Enunciado

La realización de un proyecto conlleva la ejecución de las actividades mostradas en la Tabla 1. La actividad A0 es la actividad inicial y A6 se corresponde con la actividad final. Para el resto de actividades se definen precedencias, duraciones y coste.

Actividad	**Precedentes**	**Duración (semanas)**					**Coste (€)**
		Tipo pdf	**Parámetros**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	
A0 (inicio)							
A1	-	Normal	(μ, σ)	6	0,8		110
A2	-	Determinista	μ	14			55
A3	A1	Uniforme	(min, máx)	5,5	8,5		80
A4	A1	BetaPert	(min, +prob, máx)	15	16	23	50
A5	A2, A3	Triangular	(min, +prob, máx)	7	9	14	65
A6 (final)	A4, A5						

Tabla 1. Definición de actividades del proyecto planificado

Para el cálculo de la duración de cada actividad se especifica el modelo al que ajusta su comportamiento, pudiendo ser de duración fija (actividad A2), o se puede ajustar a una función de distribución. En este último caso, se indican los parámetros característicos de cada función, para cada actividad.

En cuanto a los costes, para cada una de las actividades, es proporcional a su duración.

Con los datos de las actividades enunciados, se pide:

- Establecer el cronograma determinista del proyecto. Calcular duración y coste final del proyecto. Definir actividades que pertenecen al camino crítico.
- Realizar simulación del tipo Monte Carlo de dicha programación usando la información de las actividades según el enunciado. Establecer comparaciones con el cronograma determinista inicial.

Resolución del ejercicio utilizando MS Excel

- *Establecer el cronograma determinista del proyecto. Calcular duración y coste final del proyecto. Definir actividades que pertenecen al camino crítico.*

En primer lugar, con los datos de las actividades y sus precedencias, vamos a representar la red de proyecto en un diagrama AON (Activity On Node). Fig. 5

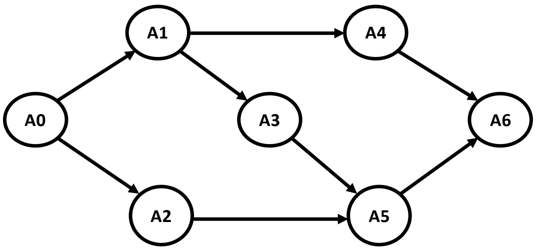


Figura 5. Diagrama AON del proyecto

Una vez disponemos de la secuenciación de las actividades según el diagrama AON de la figura anterior, vamos a utilizar metodología Pert para el cálculo de la duración del proyecto.

Calculamos la duración esperada para cada actividad. En una hoja Excel colocamos cada una de las actividades, con sus parámetros característicos. Utilizando Ec. 1 a Ec. 4 calcularemos la duración esperada, determinista, de cada actividad. Fig. 6

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		**Actividad**	**Modelo**	**µ**	**σ**	**mín**	**"+prob"**	**máx**	**Duración Esperada**		
3		A1	Normal	6	0,8				6		"=D3"
4		A2	Determinista	14					14		"=D4"
5		A3	Uniforme			5,5		8,5	7		"=(F5+H5)/2"
6		A4	BetaPert			15	16	23	17		"=(F6+4*G6+H6)/6"
7		A5	Triangular			7	9	14	10		"=(F7+G7+H7)/3"

Figura 6. Cálculo de duración esperada de actividades

Sabemos que una duración determinista no presenta incertidumbre, por lo que su duración esperada será fija. En el caso de una actividad con función de distribución normal, su duración estimada se corresponde con su valor medio. Para el resto de funciones de distribución hemos realizado los cálculos correspondientes, tal como se indica en la Fig. 6., indicando las filas y columnas de la hoja Excel. Así, por ejemplo, para la función de distribución triangular, su valor esperado es: (7+9+14)/3=10.

Con las duraciones esperadas de cada actividad y, utilizando el orden de precedencias que nos facilita el enunciado, representamos en otra hoja Excel el cronograma del proyecto determinista. Realizamos una tabla en la que indicamos en la fila superior las semanas de ejecución del proyecto y en las columnas relacionamos las actividades. Fig. 7

Duración estimada (sem)	Coste unitario (€/sem)	Valor Planificado	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Coste Total
		A0																										
6	110	A1		110	110	110	110	110	110																			660
14	55	A2		55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55											770
7	80	A3								80	80	80	80	80	80	80												560
17	50	A4								50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50		850
10	65	A5																65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	650
		A6																										
		Coste total periodo		165	165	165	165	165	165	185	185	185	185	185	185	185	105	115	115	115	115	115	115	115	115	115	65	***3.490,00 €***
		PV		***165***	***330***	***495***	***660***	***825***	***990***	***1.175***	***1.360***	***1.545***	***1.730***	***1.915***	***2.100***	***2.285***	***2.390***	***2.505***	***2.620***	***2.735***	***2.850***	***2.965***	***3.080***	***3.195***	***3.310***	***3.425***	***3.490***	

Figura 7. Cronograma del proyecto determinista

En la Fig. 5 vemos que las actividades A1 y A2 comienzan en la semana 1, y así las representamos en la Fig. 7, cada una con su duración. A4 no empieza hasta que no finaliza A1. Por el contrario, A5 no comienza hasta que no han finalizado las actividades A2 y A3.

Así, comprobando el cronograma representado, deducimos que la duración estimada del proyecto determinista es de 24 semanas.

También podemos deducir el camino crítico, que estará formado por las actividades A2 y A5.

Tanto la duración del proyecto como el camino crítico se podría haber calculado utilizando el método Roy, pero aquí hemos querido hacerlo directamente en la hoja Excel, ya que no requiere demasiado esfuerzo por no ser una red de proyecto compleja.

Para el cálculo del coste del proyecto hemos utilizado también la representación del cronograma de la Fig 7. Conocemos el coste/semana de cada actividad y así lo hemos incluido en la hoja Excel. Así, para la actividad A1, cuya duración prevista es de 6 semanas, el coste total de esta actividad es de 6 sem*110€/sem=660 €. Repetimos la operación para cada actividad. Sumando los costes de todas las actividades obtenemos el coste total del proyecto, cuyo resultado final es de 3.490 €.

El mismo resultado se puede obtener si calculamos los costes por semana, en función de las actividades que se ejecuten cada semana. Sumando el coste total por semana, debemos encontrar el mismo coste final del proyecto calculado anteriormente (3.490 €.).

- *Realizar simulación del tipo Monte Carlo de dicha programación usando la información de las actividades según el enunciado. Establecer comparaciones con el cronograma determinista inicial.*

En el apartado anterior hemos considerado actividades de duración determinista. Bien es cierto que partíamos en el enunciado de actividades modeladas según distintas funciones de distribución, pero utilizamos aproximaciones para conseguir una duración estimada final determinista, y sobre esta, realizamos el cálculo de la duración y coste total del proyecto.

También calculamos anteriormente el camino crítico, formado por las actividades A2 y A5. Ese camino era invariante en el tiempo, durante toda la ejecución del proyecto.

En este apartado vamos a considerar que las actividades tienen incertidumbre, reflejada en los modelos de función de distribución de probabilidad asociados a cada actividad. Con ello realizamos simulación de Monte Carlo para, finalmente, analizar los resultados.

Comenzamos por recolocar las actividades y sus parámetros asociados en una nueva hoja Excel. Fig. 8

	A	B	C	D	E	F
1	**Actividad**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**
2	**Modelo**	*Normal*	*Determinista*	*Uniforme*	*BetaPert*	*Triangular*
3	**μ**	6	14			
4	**σ**	0,8				
5	**mínimo**			5,5	15	7
6	**"+probable"**				16	9
7	**máximo**			8,5	23	14
8						
9	**α**				1,44	
10	**β**				4,31	
11						

Figura 8. Preparación de datos para simulación de Monte Carlo

Para el cálculo de los valores aleatorios de la función BetaPert vamos a necesitar calcular previamente los parámetros característicos α y β. Ec. 5 y Ec. 6. Estos últimos se calcularán utilizando los valores (mínimo, más probable, máximo) que ya disponemos en el enunciado del problema. El motivo de este cálculo es que la función que tiene Excel para proporcionar valores aleatorios que sigan la distribución de una probabilidad Beta, es introduciendo los parámetros alfa y beta.

$$\alpha = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{(max+4 \cdot prob-5 \cdot min)}{(max-min)}\right) \cdot \left[1 + 4 \cdot \left(\frac{(prob-mín) \cdot (max-prob)}{(max-min)^2}\right)\right] \qquad \text{Ec. 5}$$

$$\beta = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{(5 \cdot max-4 \cdot prob-min)}{(max-min)}\right) \cdot \left[1 + 4 \cdot \left(\frac{(prob-min)(max-prob)}{(max-min)^2}\right)\right] \qquad \text{Ec. 6}$$

El siguiente paso es crear un número aleatorio que utilizaremos para el cálculo de las duraciones de cada una de las actividades. Generaremos un número suficiente de valores aleatorios para que la exactitud de los resultados sea la adecuada. A mayor número de simulaciones, mayor será la exactitud. Más se aproximará cada una de las funciones de distribución a las funciones deseadas (normal, uniforme, beta, triangular) y, por tanto, mayor exactitud tendrán los resultados a la salida.

Por el contrario, al aumentar el número de simulaciones aumenta el cálculo computacional de la aplicación y puede hacerla más lenta y pesada.

En la Fig. 9 incluimos los cálculos de la duración de cada una de las actividades, para cada simulación. Mostramos en la figura las primeras tres simulaciones.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1				**Actividad**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**
2				**Modelo**	*Normal*	*Determinista*	*Uniforme*	*BetaPert*	*Triangular*
3				**μ**	6	14			
4				**σ**	0,8				
5				**mínimo**			5,5	15	7
6				**"+probable"**				16	9
7				**máximo**			8,5	23	14
8									
9				**α**				1,44	
10				**β**				4,31	
11									
12	**Rnd Norm**	**Rnd Unif**	**Rnd BetaPert**	**Rnd Triang**					
13	0,184	0,664	0,764	0,308	5,280	14	7,491	17,910	9,079
14	0,058	0,096	0,166	0,647	4,740	14	5,789	15,674	10,485
15	0,892	0,656	0,197	0,655	6,988	14	7,468	15,771	10,525
16									
17	Normal	"=INV.NORM(A13;$E$3;$E$4)"							
18	Determinista	"=$F$3"							
19	Uniforme	"=SI(B13=1;G$7;SI($B13=0;G$5;G$5+(G$7-G$5)*$B13))"							
20	BetaPert	"=SI($C13=0;H$5;SI($C13=1;H$7;H$5+(H$7-H$5)*INV.BETA.N($C13;H$9;H$10)))"							
21	Triangular	"=SI($D13<=(I$6-I$5)/(I$7-I$5);($D13*(I$7-I$5)*(I$6-I$5))^0,5 +I$5;I$7-((1-$D13)*(I$7-I$5)*(I$7-I$6))^0,5)"							

Figura 9. Cálculo de la duración de las actividades

Hemos incluido 4 generadores de variables, una para cada actividad aleatoria. Esto aumenta el peso de la aplicación y la ralentiza, pero nos garantiza valores aleatorios para cada actividad en cada simulación. Podríamos haber elegido un único generador aleatorio, pero, todas las actividades estarían influenciadas por el valor aleatorio que se hubiese generado. Es decir, si el valor aleatorio fuese alto (próximo a 1), la duración de todas las actividades aleatorias tomaría valores próximos a su máximo. Si el valor aleatorio fuese mínimo (próximo a 0), todas las actividades tendrían a la vez valores bajos. Esto se compensa al generar un alto número de simulaciones, pero al tomar un aleatorio para cada actividad, evitamos la correlación entre actividades.

En la parte inferior de la Fig. 9 hemos incluido el cálculo de cada actividad, siendo referenciado por filas y columnas de su propia hoja Excel.

En las siguientes ecuaciones indicamos los cálculos para encontrar la duración de las actividades. R se corresponde con el valor aleatorio. En Ec. 7 indicamos la generación de valores de función de distribución Normal, en Ec. 8 generamos duraciones para función de distribución Uniforme, en Ec. 9 son las ecuaciones para función BetaPert y en Ec. 10 para función Triangular.

$$Duración_{Normal} = Inv.Norm(R, \mu, \sigma) \qquad \text{Ec. 7}$$

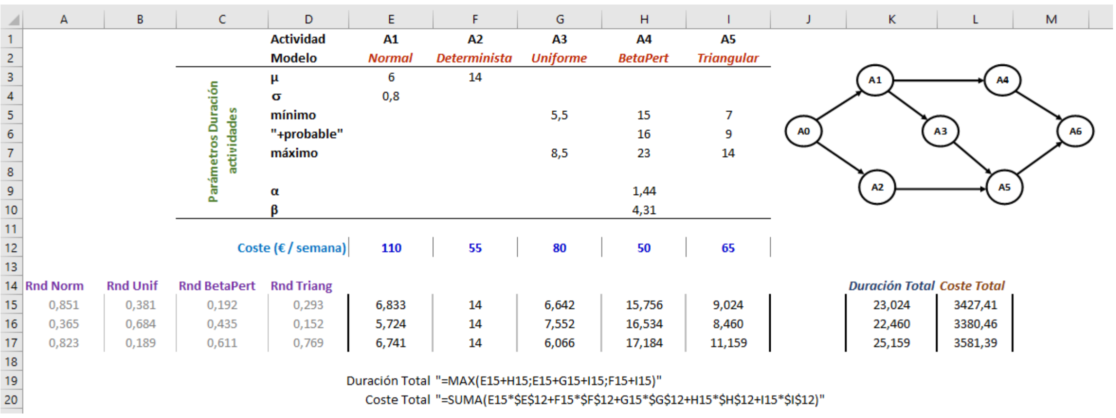
$$Duración_{Uniforme} = \left\{\begin{matrix} Si\ R = 0 \rightarrow Mínimo \\ Si\ 0 < R < 1\ \rightarrow mín + R \cdot (max - min) \\ Si\ R = 1 \rightarrow Máximo \end{matrix}\right\} \qquad \text{Ec. 8}$$

$$Duración_{BetaPert} = \left\{\begin{matrix} Si\ R = 0 \rightarrow Mínimo \\ Si\ 0 < R < 1\ \rightarrow mín + (max - min) \cdot Inv.Beta.N(R, \alpha, \beta) \\ Si\ R = 1 \rightarrow Máximo \end{matrix}\right\} \qquad \text{Ec. 9}$$

$$Duración_{Triangular} = \left\{\begin{matrix} Si\ R \leq \frac{(+prob - min)}{(max - min)} \rightarrow min + \sqrt{R \cdot (max - min) \cdot (+prob - min)} \\ Si\ R > \frac{(+prob - min)}{(max - min)} \rightarrow max - \sqrt{(1 - R) \cdot (max - min) \cdot (+prob - min)} \end{matrix}\right\} \qquad \text{Ec. 10}$$

Una vez que conocemos la duración de las actividades en cada simulación, debemos calcular la duración total y el coste total del proyecto para cada simulación.

En la Fig. 10 incluimos el cálculo de la duración total del proyecto y del coste total. Se indica el coste (€/semana) por actividad. Se podría haber modelado el coste como función de distribución de probabilidad, al igual que se ha realizado para la duración. En este ejemplo, el coste es proporcional a la duración de su actividad.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1				Actividad	A1	A2	A3	A4	A5				
2				Modelo	*Normal*	*Determinista*	*Uniforme*	*BetaPert*	*Triangular*				
3			Parámetros Duración actividades	μ	6	14							
4				σ	0,8								
5				mínimo			5,5	15	7				
6				"+probable"				16	9				
7				máximo			8,5	23	14				
8													
9				α				1,44					
10				β				4,31					
11													
12				Coste (€ / semana)	110	55	80	50	65				
13													
14	Rnd Norm	Rnd Unif	Rnd BetaPert	Rnd Triang							*Duración Total*	*Coste Total*	
15	0,851	0,381	0,192	0,293	6,833	14	6,642	15,756	9,024		23,024	3427,41	
16	0,365	0,684	0,435	0,152	5,724	14	7,552	16,534	8,460		22,460	3380,46	
17	0,823	0,189	0,611	0,769	6,741	14	6,066	17,184	11,159		25,159	3581,39	
18													
19				Duración Total "=MAX(E15+H15;E15+G15+I15;F15+I15)"									
20				Coste Total "=SUMA(E15*$E$12+F15*$F$12+G15*$G$12+H15*$H$12+I15*$I$12)"									

Figura 10. Cálculo de la duración y coste total del proyecto

En la parte inferior de la Fig. 10 se indica el cálculo que se ha utilizado en la hoja Excel, quedando reflejado en Ec. 11 el cálculo de la duración total y en la Ec. 12 el cálculo del coste total.

Para el cálculo de la duración del proyecto realizamos la suma de todos los posibles caminos y nos quedamos con el valor máximo de la duración de todos ellos. Para el coste, se realiza el sumatorio de todos los costes resultantes de multiplicar la duración de cada actividad por su coste correspondiente.

$$Duración_{Total} = max(Dur_{A1-A4}; Dur_{A1-A3-A5}; Dur_{A2-A5}) \qquad \text{Ec. 11}$$

$$Coste_{Total} = \sum(Dur_{Ai} \cdot Cost_{Ai}) \qquad \text{Ec. 12}$$

El siguiente paso es generar un número suficiente de iteraciones. En el ejemplo vamos a extender las filas en la hoja Excel hasta las 5000 iteraciones.
Así pues, tenemos 5000 posibles duraciones totales del proyecto y 5000 costes totales, para las 5000 posibles duraciones de actividad distinta generadas. Para cada actividad, el total de simulaciones generada se ajusta a su función de distribución. Representamos en Fig. 11 la función de distribución de una de las actividades, por ejemplo, de la función triangular.

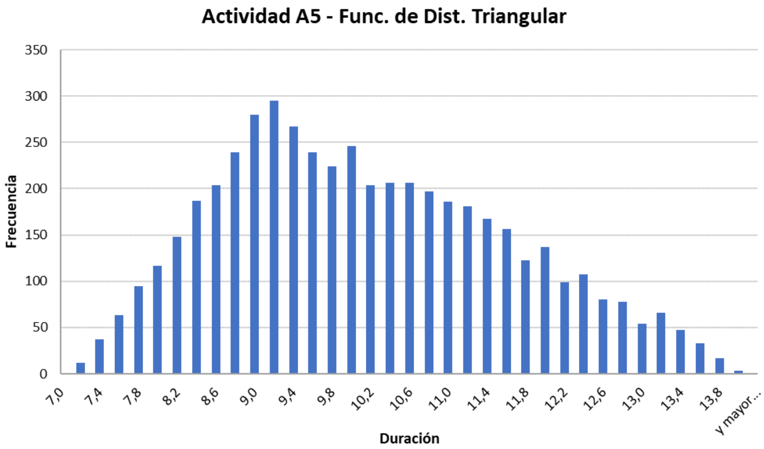


Figura 11. Función de distribución Actividad A5

Para construir el histograma de esta actividad incluimos en la nueva hoja Excel las clases en las cuales queremos dividir el número total de datos para poder calcular la frecuencia de cada clase. Para este ejemplo, sabiendo que el valor mínimo es 7 semanas y el máximo es 14, vamos a elegir clases entre 0,2, es decir, representaremos la frecuencia de encontrar duraciones simuladas para la actividad A5 entre 7 y 7,2 semanas, entre 7,2 y 7,4 semanas, …. Así, nuestro rango de datos será: 7, 7.2, 7.4, 7.6, …, 13.6, 13.8, 14.0.

Posteriormente, en la pestaña "Datos" de la aplicación Excel, seleccionamos "análisis de datos". Para que aparezca esta opción, debe estar seleccionado este complemento dentro de la aplicación. Al seleccionar esta opción, nos aparece un desplegable y dentro de todas las opciones elegimos "Histograma". Fig. 12

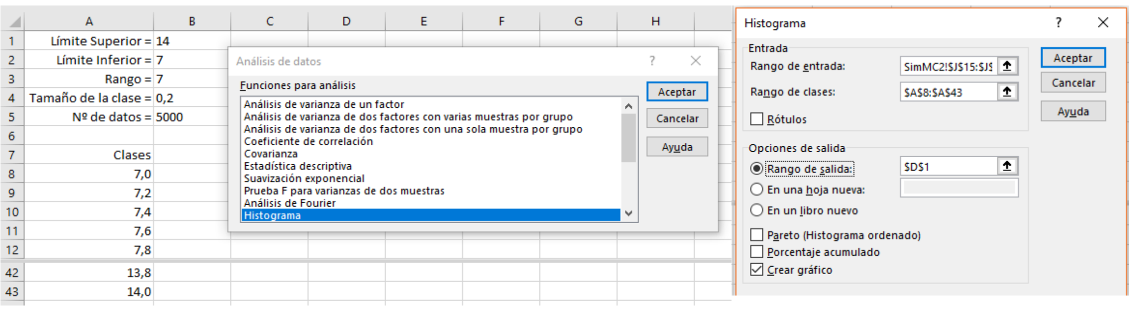


Figura 12. Construcción de Histograma

Dentro de las opciones de Histograma, el Rango de entrada se refiere a los 5000 valores que hemos generado de duraciones de la actividad A1, el Rango de clases se refiere a los intervalos entre los que se va a calcular la frecuencia. Seleccionamos las clases entre 7.0 y 14.0, con divisiones de 0.2, por ejemplo. Las siguientes opciones se refieren al lugar en el que queremos que nos represente el Histograma. En este caso hemos elegido una celda de la misma hoja donde tenemos las clases. Finalmente marcamos la opción de Crear gráfico. También se podría haber representado el Porcentaje acumulado. En este caso, hemos descartado esa opción.

Observando la Fig. 11 comprobamos que se asemeja a la función de distribución triangular con la que queremos modelar la actividad A5. Tiene un valor mínimo en 7 y máximo en 14, y el valor más probable está en el tramo de 9 semanas (recordamos que el histograma representa tramos de valores, no valores puntuales). También observamos que la forma de triángulo no es perfecta, pero sí se asemeja a ella. Cuanto mayor sea el número de iteraciones, mayor será la exactitud de las funciones de entrada, en este caso de la función de distribución triangular. Vamos a mantener el número de iteraciones en 5000, pero siendo conscientes de que restamos exactitud. Indicar que sería muy sencillo alargar las iteraciones hasta las 10.000, por ejemplo, sin más que arrastrar las filas hacia abajo en Excel.

El siguiente paso es representar la función de distribución de salida de duración y costes totales del proyecto, una vez hemos calculado los valores en cada iteración.

Abrimos una hoja nueva para Duración y otra para Costes. Vamos a explicar los pasos a seguir para duración, sabiendo que para los costes operamos de la misma forma.

Calculamos el valor máximo y el valor mínimo de la serie de resultados. Redondeamos el valor mínimo de las duraciones del proyecto, con 0 decimales. Lo mismo para el valor máximo. Elegimos un “paso” o distancia entre la que vamos a calcular los valores de distribución. Calculamos “pdf” como la probabilidad de alcanzar las semanas de duración que marca el “paso”, y “cdf” o probabilidad de que el proyecto finalice en esa semana que marca el paso o antes. Fig. 13.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Mínimo =	21		"=REDONDEAR(MIN(SimMC2!L15:L5014);0)"							
2	Máximo =	29		"=REDONDEAR(MAX(SimMC2!L15:L5014);0)"							
3	Paso =	0,5									
4											
5	**Eje x**	**pdf**	**cdf**								
6	21	0,000	0,000	pdf =	"=FRECUENCIA(SimMC2!L15:L5014;Duracion!$A$6:$A$26)/CONTAR(SimMC2!L15:L5014)"						
7	21,5	0,002	0,002	cdf =	"=C6+B7" , Valor actual pdf + Valor acumulado anterior cdf						
8	22,0	0,020	0,022								
9	22,5	0,042	0,064								
10	23,0	0,077	0,141								
11	23,5	0,111	0,252								

Figura 13. Construcción función de distribución de Duración total

Para el cálculo de la curva de distribución de probabilidad (pdf) así como para la curva de probabilidad acumulada, se podría haber utilizado la función histograma según hemos visto anteriormente, marcando la pestaña “Porcentaje acumulado” en la Fig. 12. En vez de representar la gráfica tipo Histograma, elegiríamos como tipo de gráfico “línea”, y quedaría reflejada la curva.

En este caso hemos elegido realizar los cálculos de “pdf” y de “cdf”. Ambas curvas tienen como valores en el eje de las “x” las “clases” o tramos de valores que varían entre el valor mínimo (21 semanas) y el valor máximo (29 semanas, Fig. 13).

El valor que calculamos de “pdf” se corresponde con el porcentaje de veces que aparece, en las iteraciones de duración total del proyecto, una duración comprendida entre dos clases. El cálculo incluido en la hoja Excel está indicado en la Fig. 13 y se corresponde con la frecuencia de encontrar duraciones de proyecto que se encuentren dentro de dos clases (por ejemplo, entre

21,5 y 22 semanas, entre 22 y 22,5 semanas, …), dividido entre el número total de iteraciones (en nuestro caso 5000 simulaciones).

El cálculo de la fórmula de "pdf" es una fórmula de matriz. Para que esta fórmula devuelva valores en todo el rango de celdas (B6, B7, …), se selecciona todo el rango y se presiona F2, y después presionar CTRL+MAYÚS+Entrar. De lo contrario, solo se devolverá un valor en la celda B6 (según la Fig. 13).

Representamos en Fig. 14 la curva de Función de Distribución de probabilidad de Duración Total del Proyecto.

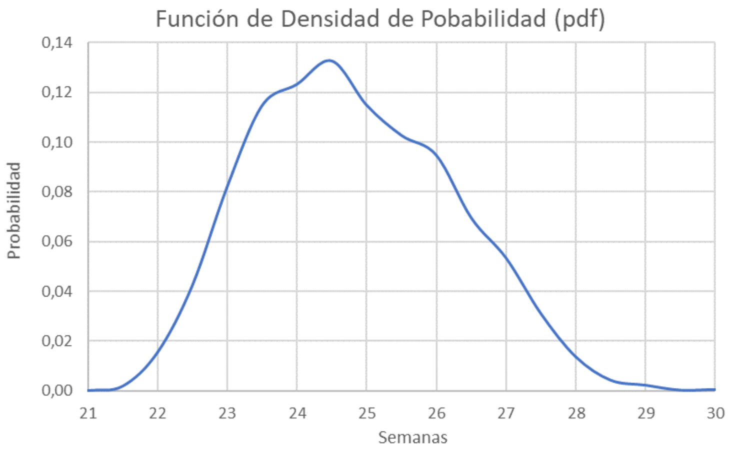


Figura 14. Función de Distribución de Probabilidad de duración total del proyecto

Calculamos también la curva de probabilidad acumulada (cdf) como la suma acumulada de probabilidades. Representamos en la Fig. 15 esta curva de distribución, para la duración total del proyecto.

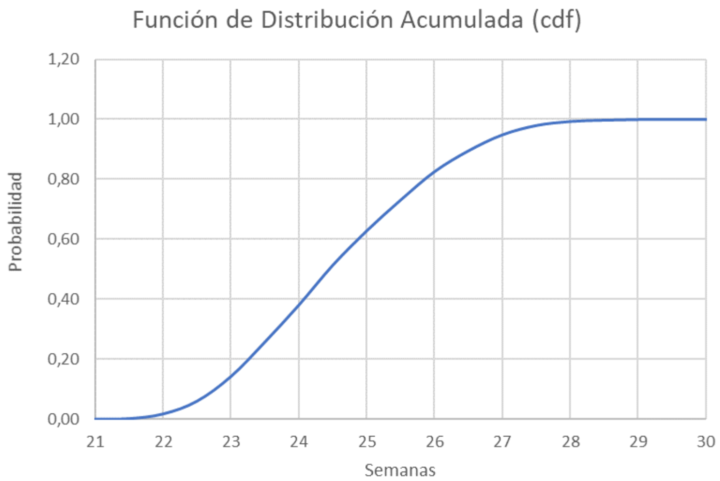


Figura 15. Función de Distribución acumulada de duración total del proyecto

Una vez que hemos representado las funciones de distribución de probabilidad (pdf) y función de probabilidad acumulada (cdf) de la duración total del proyecto, calculamos sus estadísticos más importantes: Media, Mediana, Varianza y Desviación Estándar. En Fig. 15. Incluimos dichos cálculos, así como indicamos la fórmula para su cálculo.

Se podrían haber incluido más parámetros estadísticos de la muestra como, por ejemplo, percentiles, moda, curtosis, coeficiente de variabilidad, …, pero en este ejercicio no nos resultaban útiles y no han sido calculados.

	A	B	C	D	E	F	G	I	J
1	Mínimo =	21		"=REDONDEAR(MIN(SimMC2!L15:L5014);0)"				pdf =	"=FRECUENCIA(SimMC2!L15:L5014;Duracion!$A$6:$A$26)/CONTAR(SimMC2!L15:L5014)"
2	Máximo =	30		"=REDONDEAR(MAX(SimMC2!L15:L5014);0)"				cdf =	"=C6+B7" , Valor actual pdf + Valor acumulado anterior cdf
3	Paso =	0,5							
4									
5	**Eje x**	**pdf**	**cdf**		**media (μ)**	24,6	"=PROMEDIO(SimMC2!L15:L5014)"		
6	21	0,000	0,000		**mediana =**	24,4982089	"=MEDIANA.UNO(SimMC2!L15:L5014)"		
7	21,5	0,003	0,003		**varianza (σ2) =**	2,05	"=VAR.S(SimMC2!L15:L5014)"		
8	22,0	0,018	0,021		**desv. estandar (σ) =**	1,43	"=DESVEST.M(SimMC2!L15:L5014)"		
9	22,5	0,046	0,067						
10	23,0	0,073	0,139						
11	23,5	0,109	0,248						
12	24,0	0,127	0,375		**Percentil**	**Semana**			
13	24,5	0,125	0,501		80,0%	25,8	"=PERCENTIL.INC(SimMC2!L15:L5014;E13)"		
14	25,0	0,128	0,629		62,8%	25,0	"=RANGO.PERCENTIL.INC(SimMC2!L15:L5014;F14)"		
15	25,5	0,098	0,727						
16	26,0	0,098	0,825						
17	26,5	0,064	0,889						
18	27,0	0,058	0,947						
19	27,5	0,032	0,979						
20	28,0	0,014	0,993						
21	28,5	0,005	0,998						
22	29,0	0,002	1,000						
23	29,5	0,000	1,000						

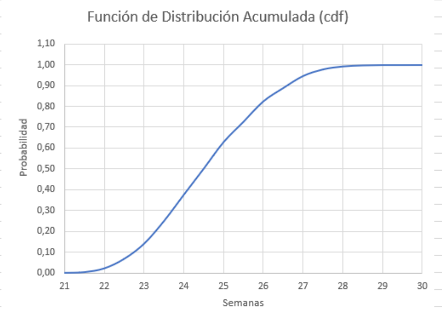


Figura 16. Cálculo de los estadísticos de duración total del proyecto

Sí que hemos incluido en la Fig. 16 el cálculo de dos valores que van a ser muy útiles para el director del proyecto y que tienen relación con la curva de probabilidad acumulada. En color verde se ha representado el dato y en color rojo la solución.

Por una parte, si introducimos como dato el percentil o valor de probabilidad, obtendremos como resultado la semana en la que el % de los proyectos (indicado por el percentil) habrán finalizado el proyecto. Por ejemplo, si introducimos el valor de 80%, queremos saber cuál es la semana en la que el 80% de los proyectos habrán finalizado. O bien, podemos entender el resultado como la duración en semanas (25,8 semanas) en las que el 80% de los proyectos han finalizado a tiempo.

Si introducimos como dato la duración en semanas, obtenemos como resultado el percentil. Por ejemplo, si introducimos como dato 25 semanas, el resultado que obtenemos es 62.8%. Esto significa que, nuestro proyecto durará 25 semanas (dato), con un 62.8% de probabilidad (resultado).

Podemos aprovechar esta fórmula para realizar el cálculo entre dos intervalos. Por ejemplo, ¿qué probabilidad existe de que el proyecto finalice entre la semana 25 y la semana 27? Calcularíamos los percentiles para cada una de las semanas (semana 25 corresponde con percentil 63.9 y semana 27 corresponde con 94.8). Realizamos la resta entre los dos percentiles (94.8-63.9=30.9) y obtenemos una probabilidad de 30.9. Es decir, existe un 30.9% de probabilidad de que el proyecto finalice entre la semana 25 y la semana 27.

Si observamos en la Fig. 7, habíamos calculado la duración determinista del proyecto, resultando una duración final de 24 semanas. En la Fig. 16, el cálculo del valor medio de la duración del proyecto ha resultado en 24.6 semanas. El percentil que se corresponde con la duración determinista es de 39.6%. Esto significa que el proyecto finalizará en 24 semanas, o antes, con un 39.6% de probabilidad. Parece claro que no es una probabilidad en la que podamos confiar. El director de proyecto debe decidir cuál es la probabilidad con la que puede afirmar que finalizará el proyecto (o, al menos, estar tranquilo). Si, por ejemplo, estima un nivel de confianza en el 80%, conforme a los datos extraídos de la simulación de Monte Carlo, el proyecto finalizará antes de 25.8 semanas.

Dado que la duración determinista era de 24 semanas y, con un nivel de confianza del 80%, podemos afirmar que el proyecto finalizará antes de las 25.8 semanas, podemos asignar un buffer temporal al proyecto de 1.8 semanas (25.8-24=1.8). De esta manera alargamos la duración del proyecto para garantizar los plazos de finalización del proyecto.

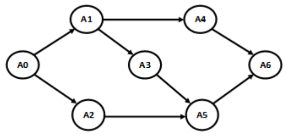
Está claro que, cuanto mayor será el nivel de confianza que fije el director de proyecto, mayor será la probabilidad de finalizar a tiempo el proyecto. Pero el director de proyecto debe saber elegir un nivel adecuado, para poder proporcionar una fecha de finalización coherente, ya que, por querer aumentar la seguridad en finalizar el proyecto, puede ser que no sea aceptada una oferta para realizar un proyecto, por no ser competitivo.

A continuación, vamos a calcular un parámetro importante que tiene relación con el camino crítico del proyecto.

En el apartado anterior dedujimos de la Fig. 7 que el camino crítico estaba formado por las actividades A2 y A5. Y comentamos que este camino era fijo a lo largo de la ejecución del proyecto, dado que las actividades eran deterministas.

Debido a que hemos introducido incertidumbre en la duración de las actividades, la duración de las mismas puede variar, dependiendo de la función de distribución con las que se hayan modelado. Pues bien, el hecho de que la duración de la actividad pueda cambiar provoca que el camino crítico pueda verse modificado.

Por ello, vamos a calcular el **Índice de Criticidad** de cada actividad, entendido como el porcentaje de veces que el camino crítico pasa por cada actividad. Fig. 17



	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
3	6	14																
4	0,8																	
5			5,5	15	7													
6				16	9													
7			8,5	23	14													
8																		
9				1,44														
10				4,31														
11																		
12	110	55	80	50	65					Criticidad								
13										A1	A2	A3	A4	A5				
14							Duración Total	Coste Total		43,7%	56,3%	13,2%	30,5%	69,5%		Camino 1	Camino 2	Camino 3
15	6,808	14	5,553	19,215	12,894		26,9	3761,98		0	1	0	0	1		26,023	25,255	26,894
16	4,750	14	8,435	18,750	9,504		23,5	3522,60		0	1	0	0	1		23,500	22,689	23,504
17	4,932	14	8,028	16,445	8,252		22,3	3313,32		0	1	0	0	1		21,377	21,211	22,252
18	5,219	14	6,074	15,140	12,814		26,8	3419,97		0	1	0	0	1		20,359	24,108	26,814
19	6,660	14	5,683	15,519	9,868		23,9	3374,63		0	1	0	0	1		22,179	22,211	23,868
20	7,034	14	7,762	18,146	7,997		25,2	3591,76		1	0	0	1	0		25,180	22,792	21,997
5013	6,170	14	7,793	15,248	10,621		24,6	3524,89		0	1	0	0	1		21,418	24,584	24,621
5014	6,490	14	8,477	17,643	11,085		26,1	3764,76		1	0	1	0	1		24,133	26,053	25,085
5015																		
5016									Suma	2184	2816	660	1524	3476				

Figura 17. Cálculo del Índice de Criticidad de las actividades

Para proceder al cálculo del Índice de Criticidad de cada actividad calculamos previamente la duración de cada uno de los posibles caminos ($Camino_1= Dur_{A1}+Dur_{A4}$, $Camino_2= Dur_{A1}+Dur_{A3}+Dur_{A5}$, $Camino_3= Dur_{A2}+Dur_{A5}$).

Una actividad pertenecerá al camino crítico si la duración del camino al que pertenece tiene más duración que el resto, por ejemplo, la actividad A_4 pertenecerá al camino crítico si el $Camino_1$ (que es al que pertenece) tiene mayor duración que cualquiera de los otros dos. Tenemos en consideración que la Actividad A_1 pertenece al $camino_1$ y al $camino_2$ y que la actividad A_5 pertenece al $camino_2$ y al $camino_3$.

Con estas consideraciones, asignamos un 1 sobre cada actividad si el camino al que pertenece en cada simulación es el de mayor duración (es decir, si dicha actividad pertenece al camino crítico) y un 0, si el camino al que pertenece la actividad no es el de mayor duración (es decir, sin no pertenece al camino crítico.

Sumamos el total de veces que cada actividad pertenece al camino crítico (el total de 1 de su columna correspondiente). Así, la actividad A_1 ha pertenecido a un camino crítico 2184 veces, la actividad A_2 2816 veces, … (parte inferior de Fig. 17).

Por último, calculamos el porcentaje, dividiendo cada suma entre el total de simulaciones (5000). El resultado en porcentaje es el Índice de Criticidad de cada actividad.

Observamos que las actividades A_2 y A_5, que pertenecen al camino$_3$ son las más críticas, tal como habíamos obtenido con duraciones deterministas. Pero no siempre es así, ya que, la actividad A_1 también pertenece al camino crítico un 43.7% de las simulaciones o, un 30.5% la actividad A_4.

Realizamos cálculos muy similares para los costes del proyecto. Recordamos que los costes de las actividades del proyecto son proporcionales a la duración de su actividad correspondiente. Fig. 18

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Mínimo =	2986,00						
2	Máximo =	4137,00						
3	Paso =	60						
4								
5	**Eje x**	**pdf**	**cdf**		**media (µ)**	3487,9		
6	2986	0,000	0,000		**mediana =**	3483,01		
7	3046,0	0,001	0,001		**varianza (σ2) =**	26119,51		
8	3106,0	0,003	0,005		**desv. estandar (σ) =**	161,62		
9	3166,0	0,013	0,018					
10	3226,0	0,031	0,049					
11	3286,0	0,058	0,107					
12	3346,0	0,084	0,191		**Percentil**	**Semana**		
13	3406,0	0,123	0,314		50,0%	3483,0		
14	3466,0	0,144	0,458		75,0%	3596,2		
15	3526,0	0,147	0,606			113,2	Diferencia entre	
16	3586,0	0,126	0,732				dos percentiles	
17	3646,0	0,101	0,833					
18	3706,0	0,074	0,907		0,54	3500,0		
19	3766,0	0,044	0,951		0,94	3750,0		
20	3826,0	0,028	0,979		39,7%		Diferencia entre	
21	3886,0	0,011	0,990				dos costes	
22	3946,0	0,007	0,998					

Figura 18. Cálculo de los estadísticos de coste total del proyecto

Hemos calculado el valor máximo y el mínimo. Con ellos, y definiendo el "paso", establecemos el rango de valores entre los que vamos a calcular la probabilidad (establecemos un paso de 60 €). Así, calculamos "pdf" o la probabilidad de encontrar costes totales del proyecto entre dos valores consecutivos de clase (ente 2986 y 3046, entre 3046 y 3106, …). También calculamos los valores de probabilidad acumulada.

Igualmente, hemos calculado los estadísticos principales (media, mediana, varianza y desviación estándar). Representamos en Fig. 19 la curva de Función de Distribución de probabilidad del Coste Total del Proyecto.

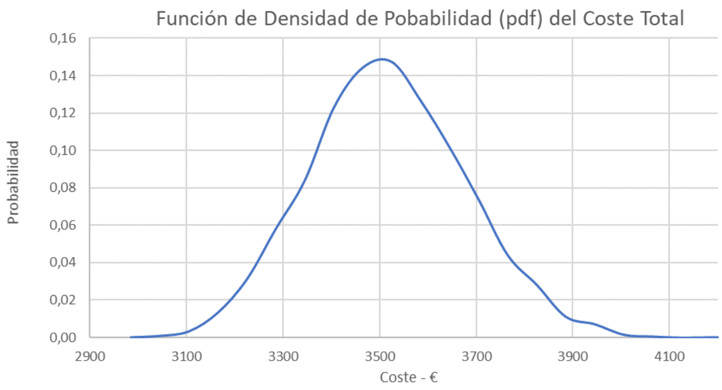


Figura 19. Función de Distribución de Probabilidad del coste total del proyecto

Representamos en la Fig. 20 la curva de probabilidad acumulada para el coste total del proyecto.

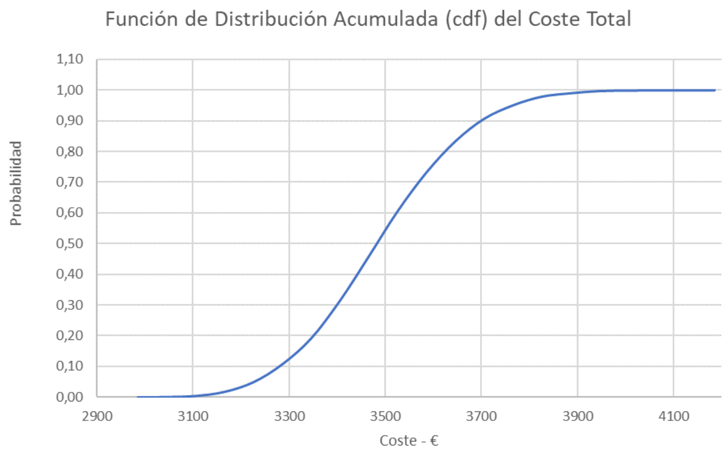


Figura 20. Función de probabilidad acumulada del coste total del proyecto

De la Fig. 7 conocemos que el coste total del proyecto determinista es de 3490 €. Si consideramos incertidumbre en las actividades, el coste anterior se corresponde con un percentil de 50.5%, es decir, con 50,5 % de probabilidad, el proyecto costará el presupuesto determinista.

Observamos que, para los costes, no hay mucha diferencia entre el valor presupuestado determinista con el valor obtenido con el percentil 50 (mediana), al contrario de lo que ocurría con el plazo.

Esto tiene una explicación ya que el cálculo del coste total del proyecto se calcula como el sumatorio de todos los costes resultantes de multiplicar la duración de cada actividad por su coste correspondiente (Ec. 12). No importa si una actividad pertenece o no al camino crítico, porque su coste se computará de la misma manera.

En cambio, para la duración total del proyecto, el hecho de que se modifiquen los caminos críticos del proyecto, si varía la duración de las actividades, tiene importancia en cuanto la duración total, al realizar simulación de Monte Carlo.

En cualquier caso, si el director de proyecto tiene que dar un presupuesto para el proyecto, y quiere asumir un margen de confianza, al menos del 80% (percentil 80), el coste total del proyecto que debería dar sería de 3630.75 € (P80=3630.75€). Esto implica que ha incluido un contingente para costes equivalente a 140.75 € (36360.75 - 3490 = 140.75 €).